

УДК 531.37; 534.1

DOI: 10.18698/0536-1044-2018-4-80-90

Развертывание плоской упругой стержневой системы с тросовыми элементами, присоединенной к космическому аппарату*

С.В. Русских

МАИ (НИУ), 125993, Москва, Российская Федерация, ГСП-3, А-80, Волоколамское шоссе, д. 4;
ИПРИМ РАН, 125040, Москва, Российская Федерация, Ленинградский пр-т, д. 7

Deploying a Planar Elastic Rod System with Cable Elements Attached to a Spacecraft

S.V. Russkikh

Moscow Aviation Institute (National Research University), 125993, Moscow, Russian Federation, A-80,
GSP-3 Volokolamskoye Shosse, Bldg. 4;
Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, 125040, Moscow, Russian Federation,
Leningradskiy Ave., Bldg. 7

@ e-mail: sergey.russkikh@rambler.ru

i Рассмотрена плоская нелинейная задача динамики развертывания стержневой системы из одного положения в другое. Ферменная конструкция состоит из упругих нерастяжимых стержней, связанных между собой на концах упруговязкими узловыми шарнирами, допускающими большие углы поворота. Между двумя любыми шарнирами в качестве связи может присутствовать растяжимый трос, длина которого может изменяться по заданному закону во времени. Стержневая система, движение которой описывается в подвижной системе координат, присоединена к недеформируемому космическому аппарату, совершающему перемещения и поворот относительно своего центра тяжести как свободное твердое тело. Перемещения каждого стержня характеризуются его конечным поворотом как твердого тела относительно прямой, проходящей через два соседних шарнирных узла, и изгибом с малым поперечным перемещением. Приведены уравнения движения в скоростях для космического аппарата и в выбранных обобщенных координатах для стержневой системы, полученные на основании принципа возможных перемещений. Рассмотрены задачи развертывания ферменной конструкции (в качестве фиксаторов положения которой выступают растяжимые тросы) из одного состояния в другое с помощью упругих или инерционных сил, а также сил натяжения растяжимых тросов переменной длины.

Ключевые слова: динамика упругих систем, космический аппарат, подвижная система координат, упруговязкие узловые шарниры, растяжимый трос, развертывание стержневой системы

i A planar nonlinear problem of the dynamics of deployment of a rod system from one position to another is considered in this paper. The truss structure consists of elastic inextensible rods, connected at the ends by elastic nodal hinges that allow large angles of rotation. Between any two hinges, a tensile cable can be included as a link, the length of which can vary according to a given law in time. The rod system, whose motion is described

* Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-38-00300мод_а).

in a moving coordinate system, is attached to a non-deformable spacecraft making movements and rotation relative to its center of gravity as a free solid body. The displacements of each rod are characterized by its finite rotation as a rigid body relative to a straight line passing through two adjacent hinge assemblies, and by a bend with a small transverse displacement. The equations of motion in velocities for the spacecraft and in the selected generalized coordinates for the rod system are obtained on the basis of the principle of possible displacements. The author examines the problems of unfolding the truss structure from one state to another, with tensile cables acting as position locking devices, due to elastic or inertial forces, as well as tension forces of the tensile cables of variable length.

Keywords: elastic systems dynamics, spacecraft, mobile coordinate system, elastic-viscous nodal hinges, tensile cable, rod system deployment

Используемые в настоящее время космические аппараты (КА) представляют собой, как правило, сложные конструкции, состоящие из различных элементов. После выведения на орбиту эти системы, предварительно компактно упакованные, претерпевают существенные изменения формы, приобретая конфигурацию, определяемую функциональным назначением КА. К таким системам относятся панели солнечных батарей, штанги гравитационной стабилизации, космические манипуляторы, ферменные и антенные конструкции, тросовые системы и т. д. Задачам моделирования развертывания или трансформации таких систем посвящены многочисленные работы [1–9].

Для развертывания стержневой системы, на которой должны быть расположены гравитационный стабилизатор, блоки приборов и т. д., необходимо зафиксировать положение стержней в определенный момент времени. Для этого можно использовать упруговязкие зажимы, зажимы сухого трения или тросовые элементы. В настоящей работе для фиксации положения упругих стержней использована система растяжимых тросов, длина которых может изменяться по заданному закону во времени. Распределенная масса троса приведена к узлам, поэтому в пределах длины элемента, концы которого соединены с узлами, он считается безынерционным.

В данной статье, являющейся продолжением работы [10], в отличие от публикации [11] рассмотрена плоская трансформируемая стержневая система, состоящая из упругих нерастяжимых стержней, движение которой описывается в подвижной системе координат (ПСК). Сделаны обобщения математической модели [10], учитывающие наличие тросов между произвольными шарнирными узлами. Приведены примеры расчета развертывания

ферменной стержневой системы (ФСС) из начального (транспортного) положения в другое с помощью сил упругости или инерционных (центробежных) сил, а также сил натяжения тросов при заданном изменении их длины.

Цель работы — решение нового класса задач динамики упругих трансформируемых управляемых стержневых систем с тросовыми элементами.

Постановка задачи. Рассмотрим соединенную с КА в узле $k=0$ с координатами x_0, y_0 плоскую стержневую систему, состоящую из упругих произвольно ориентированных нерастяжимых стержней, концы которых связаны между собой упруговязкими узловыми шарнирами, допускающими большие углы поворота (рис. 1). Погонные массы m_k и изгибные жесткости EI_k стержней приняты постоянными в пределах их длин l_k ($k=1, 2, \dots, n$). В шарнирных узлах $k=0, 1, \dots, n$ присутствуют сосредоточенные массы μ_k и пружины с угловой жесткостью κ_k и вязким демпфированием ν_k . В некоторых узлах система может иметь стационарные или переменные (управляемые) изломы с заданными углами $\theta(t)$.

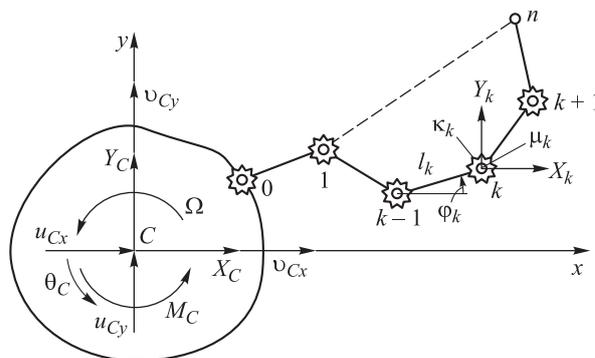


Рис. 1. Общий вид рассматриваемой системы

Движение свободной составной системы (КА плюс стержневая система) описывается в ПСК $Cxу$, связанной с недеформируемым твердым телом (КА), с началом в его центре масс (центре тяжести — ЦТ). Параметры КА: M_0 — масса, J_0 — момент инерции относительно ЦТ. Проекции скорости точки C на оси x и y ПСК обозначим через $v_{Cx}(t)$ и $v_{Cy}(t)$, а угловую скорость КА — $\Omega(t)$. Кинематика КА определяется проекциями на оси ПСК перемещений ЦТ u_{Cx} и u_{Cy} , а также углом поворота θ_C : $v_{Cx} = \dot{u}_{Cx} + \Omega u_{Cy}$; $v_{Cy} = \dot{u}_{Cy} + \Omega u_{Cx}$.

Активное управление системой осуществляется за счет приложенных к КА сил $X_C(t)$, $Y_C(t)$ и момента $M_C(t)$, а также сил $X_k(t)$ и $Y_k(t)$, возникающих в узлах $k=1, 2, \dots, n$ (см. рис. 1).

Перемещения k -го стержня относительно ПСК обусловлены его поворотом как твердого тела на угол $\phi_k(t)$, отсчитываемый от оси x (т. е. поворотом прямой, проходящей через узлы $k-1$ и k), и изгибом относительно этой прямой. Изгибное (поперечное) перемещение $\eta_k(s, t)$ точки s k -го стержня будем считать малым и упругим, представляя его в двухчленном приближении формой прогиба с углами α_k и β_k между касательной к изогнутой оси стержня и его недеформированной осью в $(k-1)$ -м и k -м шарнирных узлах (рис. 2).

Все необходимые выкладки к получению уравнений движения с помощью принципа возможных перемещений (принципа Даламбера–Лагранжа), а также полная система уравнений с коэффициентами при произвольном числе стержней, приведены в работе [10].

Тросовые растяжимые элементы. Пассивное управление изменением формы системы осуществляется путем освобождения связей предварительно напряженных узловых пружин и с помощью сил натяжения тросовых элементов, расположенных между двумя произвольными

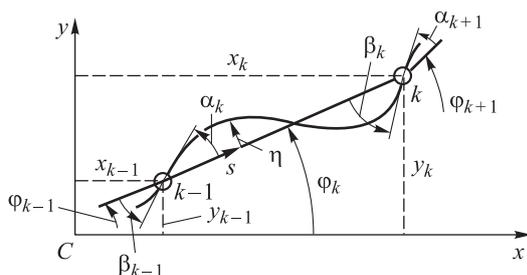


Рис. 2. Стержневой элемент системы

шарнирными узлами. Пусть между двумя узлами с номерами r и p ($p > r$) размещен упругий на растяжение регулируемый трос (см. рис. 1, штриховая линия, связывающая узел 1 и n) с переменной длиной

$$\tilde{l}_{rp}^0 = l_{rp}^0 + \Delta l_{rp}, \quad (1)$$

где $l_{rp}^0 = \sqrt{(x_p^0 - x_r^0)^2 + (y_p^0 - y_r^0)^2}$ — начальная геометрическая длина троса (x_p^0, y_p^0 и x_r^0, y_r^0 — начальные координаты узла p и r); Δl_{rp} — переменная длина троса, изменяющаяся по заданному закону во времени.

Для учета троса в выражение для потенциальной энергии системы, приведенное в работе [10], следует добавить $\Pi \rightarrow \Pi + \Pi_{rp}$, где

$$\Pi_{rp} = \frac{1}{2} \frac{EF_{rp}}{\tilde{l}_{rp}^0} (l_{rp} - \tilde{l}_{rp}^0)^2, \quad (2)$$

где EF_{rp} — жесткость на растяжение–сжатие; l_{rp} — текущая длина троса, $l_{rp} = \sqrt{(x_p - x_r)^2 + (y_p - y_r)^2}$.

Координаты узлов с номерами r и p определяются следующим образом [10]:

$$x_r = x_0 + \sum_{j=1}^r l_j \cos \varphi_j; \quad y_r = y_0 + \sum_{j=1}^r l_j \sin \varphi_j;$$

$$x_p = x_0 + \sum_{j=1}^p l_j \cos \varphi_j; \quad y_p = y_0 + \sum_{j=1}^p l_j \sin \varphi_j,$$

где x_0, y_0 — постоянные координаты узла $k=0$, расположенного на КА.

Тросовые элементы не работают на сжатие, поэтому приняты следующие условия: при $l_{rp} > \tilde{l}_{rp}^0$ выражение для Π_{rp} с учетом соотношения (1) вычисляется по формуле (2), при $l_{rp} \leq \tilde{l}_{rp}^0$ следует считать $\Pi_{rp} = 0$.

Вариация вклада в потенциальную энергию троса, расположенного между узлами с номерами r и p , записывается в виде

$$\delta \Pi_{rp} = EF_{rp} \left(\frac{1}{\tilde{l}_{rp}^0} - \frac{1}{l_{rp}} \right) \sum_{i=r+1}^p \sum_{j=r+1}^p l_i l_j s_{ij} \delta \varphi_j, \quad (3)$$

где $s_{ij} = \sin(\varphi_i - \varphi_j)$.

Нелинейная система $3n+3$ дифференциальных уравнений, записанная в матричном виде [10], дополняется следующим образом:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{Nz} + \mathbf{Dp} + \mathbf{Kq} + \mathbf{T} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2, \quad (4)$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)_{(3n+3) \times (3n+3)}$ — симметричная нелинейная матрица инерции, коэффициенты которой зависят от обобщенных координат, $\mathbf{r} = [\mathbf{p} \ \mathbf{q}]_{(6n+6) \times 1}^T$; $\mathbf{p} = [v_{cx}, v_{cy}, \Omega, \phi_1, \dots, \phi_n,$

$\dot{\alpha}_1, \dots, \dot{\alpha}_n, \dot{\beta}_1, \dots, \dot{\beta}_n]_{(3n+3) \times 1}^T$ — вектор линейных и угловых скоростей; $\mathbf{q} = [u_{cx}, u_{cy}, \theta_c, \varphi_1, \dots, \varphi_n, \alpha_1, \dots, \alpha_n, \beta_1, \dots, \beta_n]_{(3n+3) \times 1}^T$ — вектор перемещений и углов поворота; $\mathbf{N} = \mathbf{N}(\mathbf{r}, t)_{(3n+3) \times (2n+3)}$ — матрица нелинейных частей, коэффициенты которой зависят от обобщенных координат, причем квадратная матрица, получаемая из первых $(n+3)$ строк и столбцов, является антисимметричной; $\mathbf{z} = [\Omega v_{cx}, \Omega v_{cy}, \Omega^2, (2\Omega \dot{\varphi}_m + \dot{\varphi}_m^2), (\dot{\alpha}_m - \dot{\beta}_m)(\Omega + \dot{\varphi}_m)]_{(2n+3) \times 1}^T$ — вектор нелинейных частей (m последовательно принимает значения от 1 до n); $\mathbf{D} = \mathbf{D}(t)_{(3n+3) \times (3n+3)}$ и $\mathbf{K} = \mathbf{K}(t)_{(3n+3) \times (3n+3)}$ — симметричные матрицы демпфирования и жесткости; $\mathbf{T}_{(3n+3) \times 1}$ — вектор тросовых элементов, ненулевыми элементами которого являются коэффициенты, полученные из выражений (3) при различных вариациях $\delta\varphi_j$ ($j = 1, 2, \dots, n$); $\mathbf{Q}_{1(3n+3) \times 1}$ — вектор правых частей, обусловленный приложенными силами и моментами; $\mathbf{Q}_{2(3n+3) \times 1}$ — вектор правых частей, обусловленный возможными управляемыми изломами в узлах.

Система уравнений (4) решается в программном комплексе компьютерной алгебры РТС МАТНСАД 15.0 М045 с помощью стандартной программы решения систем дифференциальных уравнений AdamsBDF, реализующая метод Адамса («нежесткие системы») и метод обратного дифференцирования («жесткие системы») с автоматическим выбором между ними, исходя из входных данных.

Примеры расчета развертывания ФСС. Рассмотрим КА с присоединенной стержневой системой со следующими параметрами: $n = 4$; $l_k = 1,5$ м, $m_k = 1,696$ кг/м, $EI_k = 1,374 \cdot 10^4$ Па·м⁴, $\mu_k = 0,5$ кг ($k = 1, \dots, 4$); $M_0 = 122,5$ кг, $J_0 = 10$ кг·м², $x_0 = y_0 = 0,35$ м. Между узлами 0 и 2, 1 и 3, 2 и 4 присутствуют тросы с жесткостями $EF_{02} = EF_{13} = EF_{24} = 6,597 \cdot 10^5$ Па·м².

Решим задачу развертывания ФСС, стержни которой в начальный момент времени прижаты друг к другу и ориентированы в направлении оси S_y , а узловые пружины (при их наличии) предварительно напряжены. Начальные условия для стержней при $t = 0$ запишем в следующем виде: $\varphi_1 = \varphi_3 = \pi/2$; $\varphi_2 = \varphi_4 = -\pi/2$; $\dot{\varphi}_k = 0$; $\alpha_k = 0$; $\dot{\alpha}_k = 0$; $\beta_k = 0$; $\dot{\beta}_k = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). В раскрытом положении углы между соседними стержнями должны быть равны $|\varphi_k - \varphi_{k-1}| = \pi/2$ рад при $k = 2, 3, 4$, что обеспечивается соответствующими длинами тросов — начальными или измененными программно.

Условие $\Pi_{rp} = 0$ при $l_{rp} \leq \tilde{l}_{rp}^0$ реализуется путем обнуления жесткости соответствующего троса: $EF_{rp} = 0$ при $l_{rp} \leq \tilde{l}_{rp}^0$.

Рассмотрены четыре задачи развертывания ФСС, осуществляемого с помощью центробежных сил предварительно раскрученного КА, инерционных сил КА под действием горизонтальной внешней силы, горизонтальной силы в четвертом шарнире, имитирующей реактивную силу, и упругих сил предварительно напряженных пружин с программным изменением длины связывающих узлы тросов.

Развертывание ФСС с помощью центробежных сил. В первой задаче заданы следующие параметры жесткости и вязкости узловых шарниров: $\kappa_k = 0,25$ Н·м; $\nu_k = 0,1$ Н·м·с ($k = 0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему, отсутствуют: $M_C(t) = 0$; $X_C(t) = Y_C(t) = 0$; $X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Начальные длины тросов постоянной длины ($\Delta l_{02} = \Delta l_{13} = \Delta l_{24} = 0$) приняты равными $l_{02}^0 = l_{13}^0 = l_{24}^0 = 2,121$ м для выполнения условия $|\varphi_k - \varphi_{k-1}| = \pi/2$ рад ($k = 2, 3, 4$) в конечном положении развертывания. Интегрирование системы при начальных условиях $u_{cx} = u_{cy} = 0$, $\theta_c = 0$, $v_{cx} = v_{cy} = 0$ и $\Omega = 0,5$ рад/с проведены в интервале $0 \leq t \leq T = 60$ с при количестве разбиений $N = 60\,000$.

Характер развертывания ФСС с тросами постоянной длины проиллюстрирован на рис. 3, где представлен график изменения параметра $(\varphi_3 - \varphi_2) - \pi/2$ по всему интервалу интегрирования. Как видно из рис. 3, до некоторого момента времени (пока расстояние между соответствующими шарнирными узлами не станет равным длине троса) стержни движутся под действием упругих сил узловой пружины. Затем происходит натяжение троса до некоторо-

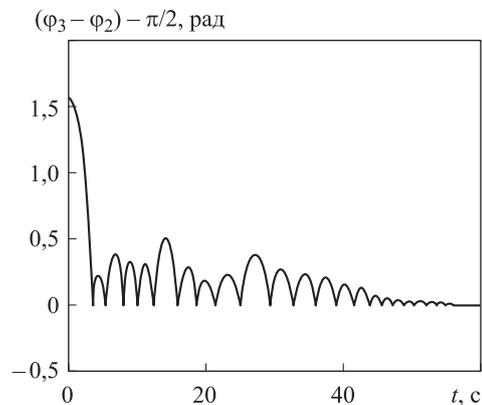


Рис. 3. Характер развертывания ФСС с тросами постоянной длины

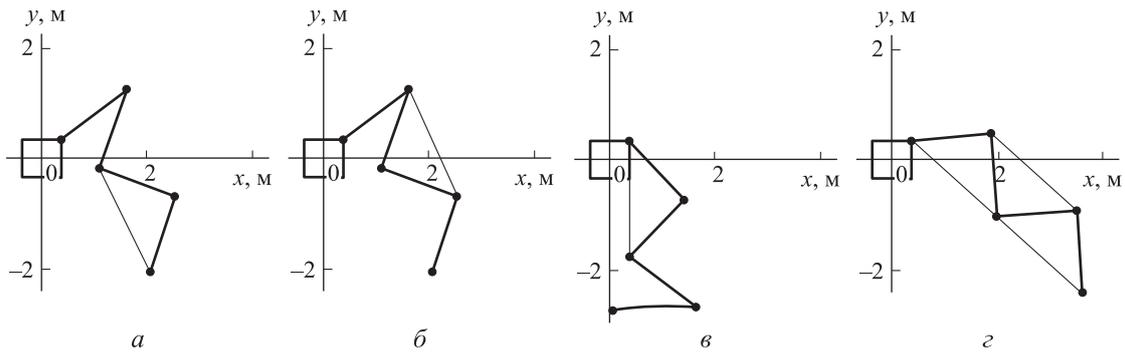


Рис. 4. Последовательные положения ФСС при развертывании с помощью центробежных сил в разные моменты времени:

$a - t = t_{24}$; $б - t = t_{13}$; $в - t = t_{02}$; $г - t = 60$ с

го значения, в нем возникает упругая восстанавливающая сила, которая при превышении соответствующей упругой силы узловой пружины начнет перемещать стержни в обратном направлении, после чего трос при соблюдении условия $l_{rp} \leq \tilde{l}_{rp}^0$ выключится из работы. По инерции стержни продолжают двигаться в обратном направлении до некоторого положе-

ния, пока упругая сила в шарнире не превысит необходимое значение. Этот процесс повторяется, пока остаточные колебания стержней не прекратятся.

Последовательность и время первого срабатывания соответствующего троса: трос между узлами 2 и 4 — при $t = t_{24} = 3,578$ с; трос между узлами 1 и 3 — при $t = t_{13} = 3,600$ с; трос меж-

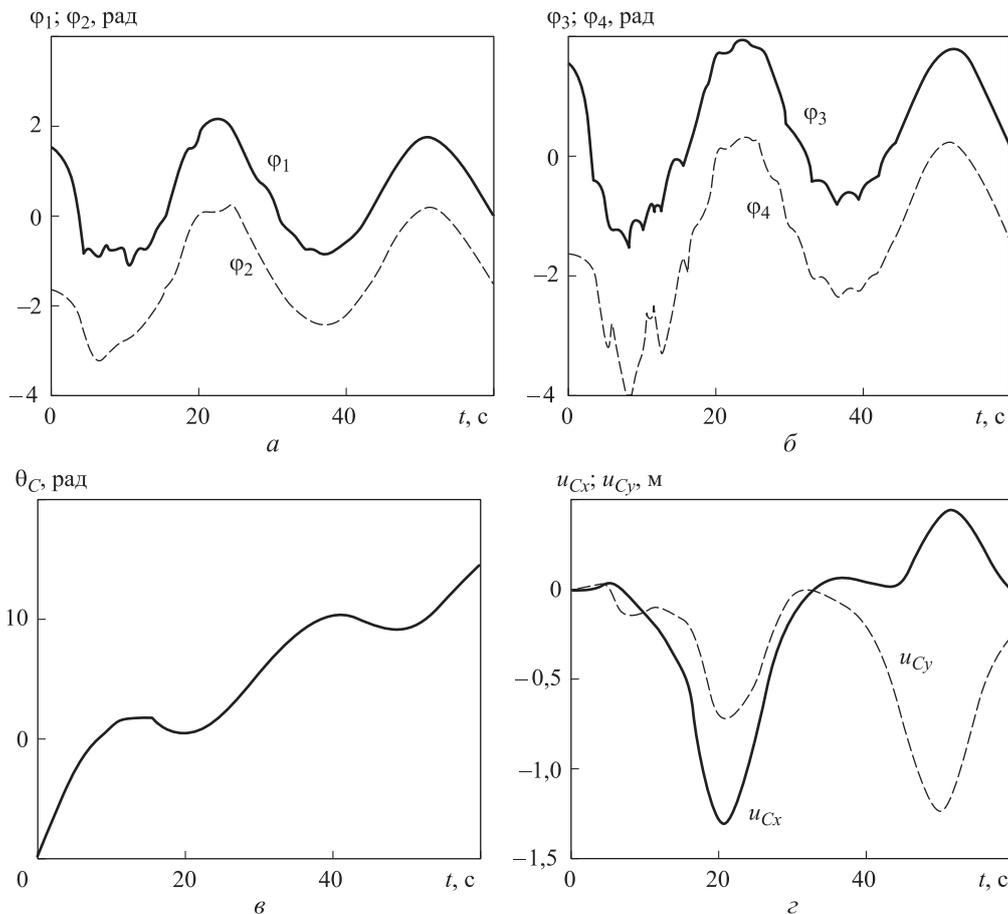


Рис. 5. Зависимости параметров ФСС и КА от времени t при развертывании системы с помощью центробежных сил:

$a, б$ — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; $в$ — угла поворота КА θ_C ; $г$ — перемещений ЦТ КА u_{Cx} и u_{Cy}

ду узлами 0 и 2 — при $t = t_{02} = 4,868$ с. На рис. 4 показаны положения системы в моменты времени $t = t_{24}$, $t = t_{13}$, $t = t_{02}$ и $t = 60$ с в ПСК S_{xy} . Здесь и далее для наглядности сплошная линия, показывающая изогнутую ось стержня, построена с масштабным коэффициентом 50, а натянутый в данный момент трос изображен тонкой сплошной линией.

На рис. 5 приведены зависимости параметров ФСС (углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени.

Развертывание системы с помощью инерционных сил. Во второй задаче приняты следующие параметры жесткости и вязкости узловых шарниров: $\kappa_k = 0,5$ Н·м; $\nu_k = 0,1$ Н·м·с ($k = 0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему: $M_C(t) = 0$; $X_C(t) = -5$ Н; $Y_C(t) = 0$; $X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Начальные длины тросов постоянной длины взяты аналогично первой задаче: $l_{02}^0 = l_{13}^0 = l_{24}^0 = 2,121$ м. Интегрирование системы при

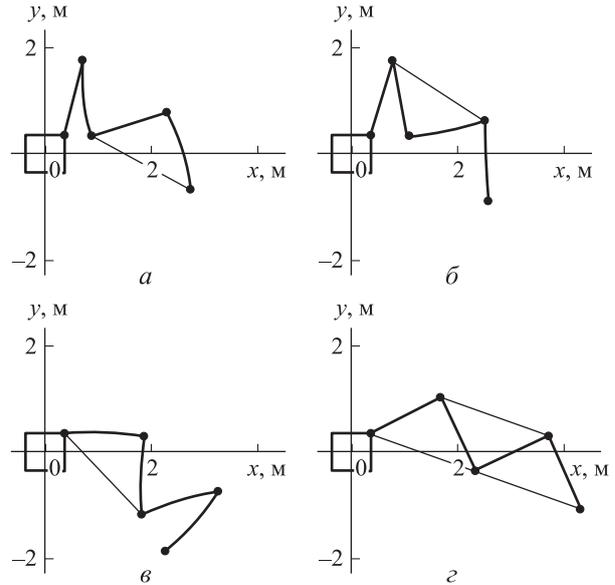


Рис. 6. Последовательные положения ФСС при развертывании с помощью центробежных сил в разные моменты времени: а — $t = t_{24}$; б — $t = t_{13}$; в — $t = t_{02}$; г — $t = 40$ с

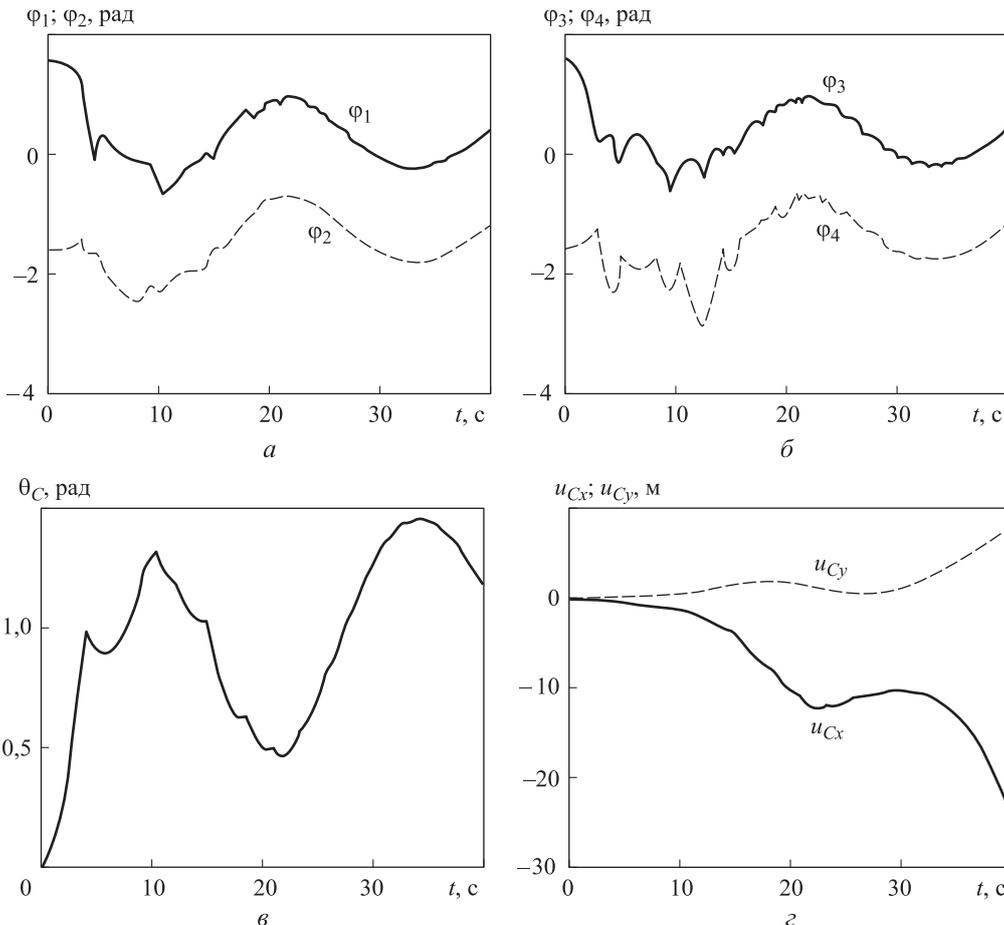


Рис. 7. Зависимости параметров ФСС и КА от времени t при развертывании системы с помощью инерционных сил: а, б — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; в — угла поворота КА θ_C ; г — перемещений ЦТ КА u_{Cx} и u_{Cy}

начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0$, $\theta_C = 0$, $v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = 0$ выполнено в интервале $0 \leq t \leq T = 40$ с при количестве разбиений $N = 40\,000$.

Последовательность и время первого срабатывания соответствующего троса: трос между узлами 2 и 4 — при $t = t_{24} = 2,719$ с; трос между узлами 1 и 3 — при $t = t_{13} = 2,910$ с; трос между узлами 0 и 2 — при $t = t_{02} = 4,147$ с. На рис. 6 показаны положения системы в моменты времени $t = t_{24}$, $t = t_{13}$, $t = t_{02}$ и $t = 40$ с в ПСК S_{xy} .

На рис. 7 приведены зависимости параметров ФСС (углов поворота стержней как твердого тела $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени.

Развертывание ФСС с помощью узловой горизонтальной силы. В третьей задаче рассмотрено развертывание с помощью горизонтальной силы в четвертом узловом шарнире, которая, например, может имитировать небольшой реактивный двигатель (в частности, на сжатом воздухе). Приняты следующие параметры системы: $\kappa_k = 0,25$ Н·м; $\nu_k = 0,1$ Н·м·с ($k = 0, 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему: $M_C(t) = 0$; $X_C(t) = Y_C(t) = 0$; $X_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$); $Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3$); $Y_4(t) = 1$ Н. Начальные длины тросов $l_{02}^0 = l_{13}^0 = l_{24}^0 = 2,121$ м. Интегрирование системы при начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0$, $\theta_C = 0$, $v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = 0$ проведено в интервале $0 \leq t \leq T = 40$ с при количестве разбиений $N = 40\,000$.

Последовательность и время первого срабатывания соответствующего троса: трос между узла-

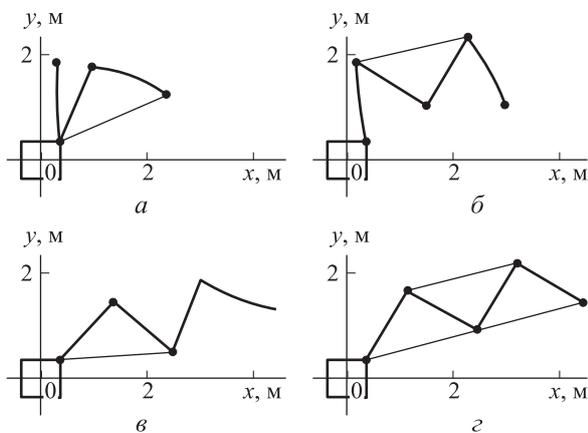


Рис. 8. Последовательные положения ФСС при развертывании с помощью узловой горизонтальной силы в разные моменты времени: а — $t = t_{24}$; б — $t = t_{13}$; в — $t = t_{02}$; г — $t = 40$ с

ми 2 и 4 — при $t = t_{24} = 2,124$ с; трос между узлами 1 и 3 — при $t = t_{13} = 3,508$ с; трос между узлами 0 и 2 — при $t = t_{02} = 4,512$ с. На рис. 8 показаны положения системы в моменты времени $t = t_{24}$, $t = t_{13}$, $t = t_{02}$ и $t = 40$ с в ПСК координат S_{xy} .

На рис. 9 приведены зависимости параметров ФСС (углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени.

Развертывание ФСС с помощью изменения длины тросов. В четвертой задаче приняты следующие параметры жесткости и вязкости узловых шарниров: $\kappa_0 = 0,5$ Н·м; $\nu_0 = 2,5$ Н·м·с; $\kappa_k = 1,0$ Н·м; $\nu_k = 0,1$ Н·м·с ($k = 1, 2, 3$). Внешние силы и моменты, действующие на систему, отсутствуют: $M_C(t) = 0$; $X_C(t) = Y_C(t) = 0$; $X_k(t) = Y_k(t) = 0$ ($k = 1, 2, 3, 4$). Развертывание системы происходит с помощью упругих сил предварительно напряженных пружин с постоянно действующими ограничениями в виде программно изменяющихся длин, связывающих узлы тросов. Начальные геометрические длины тросов $l_{02}^0 = l_{13}^0 = l_{24}^0 = 0$. Каждый трос одновременно в процессе раскрытия за $t = 20$ с равномерно увеличивает свою длину так, чтобы было выполнено условие $|\varphi_k - \varphi_{k-1}| = \pi/2$ рад ($k = 2, 3, 4$) в конечном положении развертывания. Таким образом, $\Delta l_{02}(0) = \Delta l_{13}(0) = \Delta l_{24}(0) = 0$ и $\Delta l_{02}(20) = \Delta l_{13}(20) = \Delta l_{24}(20) = 2,121$ м и скорость увеличения длины троса составляет примерно $0,106$ м/с. Интегрирование системы при начальных условиях $u_{Cx} = u_{Cy} = 0$, $\theta_C = 0$, $v_{Cx} = v_{Cy} = 0$ и $\Omega = 0$ проведено в интервале $0 \leq t \leq T = 30$ с при количестве разбиений $N = 30\,000$.

Характер развертывания ФСС с тросами, длина которых изменяется по программному закону, проиллюстрирован на рис. 10. На нем видно, что в отличие от рис. 3, процесс раскрытия системы идет более гладко без рывков, что уменьшает нагрузки на узловы шарниры. Тросы плавно подводятся до состояния $l_{rp} = \tilde{l}_{rp}^0$, и остаточные колебания после занятия конечного положения системы быстро гасятся благодаря демпфированию в шарнирах. Следует отметить, что необязательно начинать выпускать тросы одновременно. Например, для большей «гладкости» процесса их можно выпустить поочередно.

На рис. 11 показаны положения ФСС в моменты времени $t = 5, 10, 20$ и 30 с в ПСК координат S_{xy} .

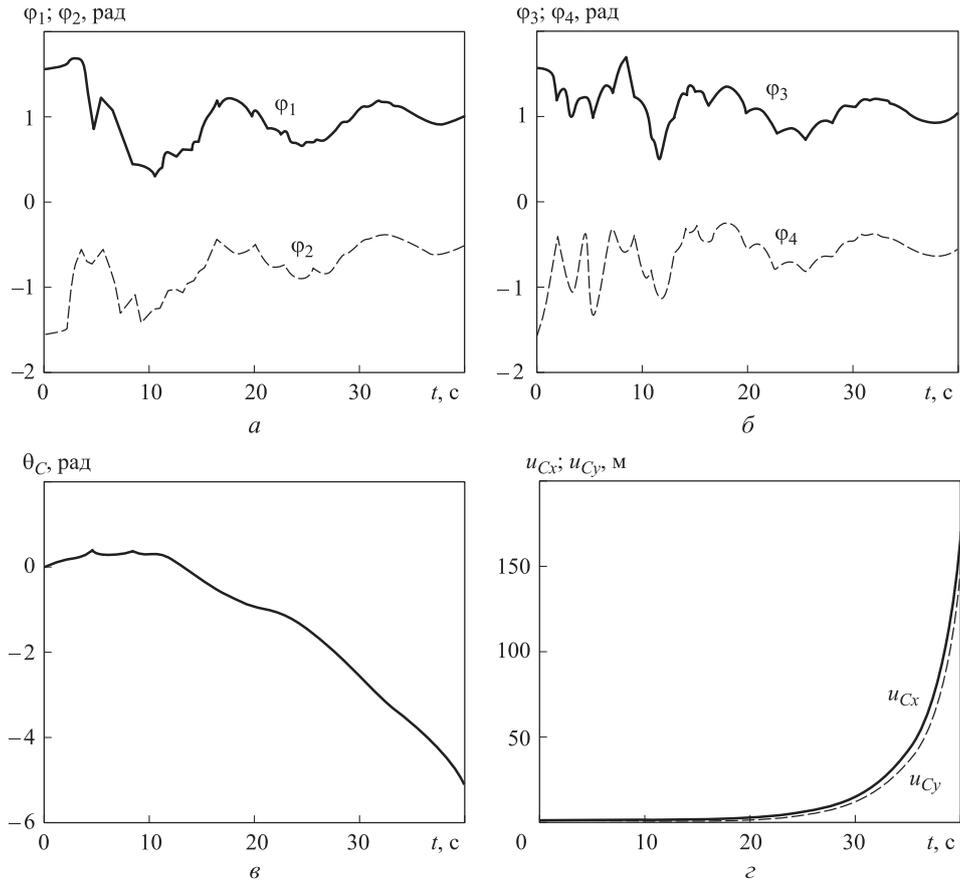


Рис. 9. Зависимости параметров ФСС и КА от времени t при развертывании системы с помощью узловой горизонтальной силы:
 $a, б$ — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; $в$ — угла поворота КА θ_C ; $г$ — перемещений ЦТ КА u_{Cx} и u_{Cy}

На рис. 12 приведены зависимости параметров ФСС (углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$) и КА (угла поворота θ_C и перемещений ЦТ u_{Cx}, u_{Cy}) от времени. Графики, представленные на рис. 12, отличаются от таковых для предыдущих задач более плавным характером изменения соответствующих величин.

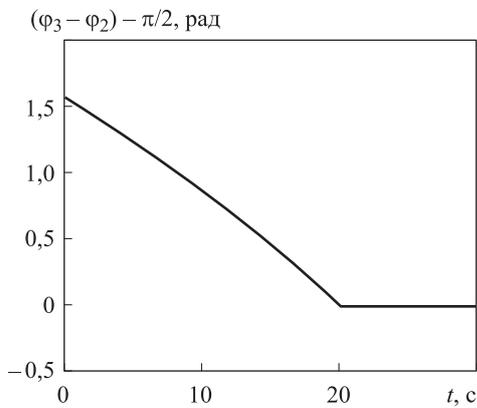


Рис. 10. Характер развертывания ФСС с тросами переменной длины

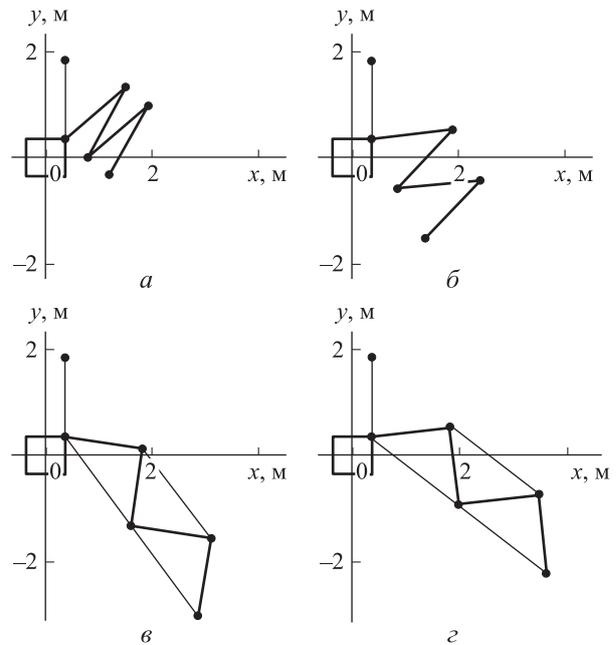


Рис. 11. Последовательные положения ФСС при развертывании с помощью изменения длины тросов в разные моменты времени:
 $a - t = 5$ с; $б - t = 10$ с; $в - t = 20$ с; $г - t = 30$ с

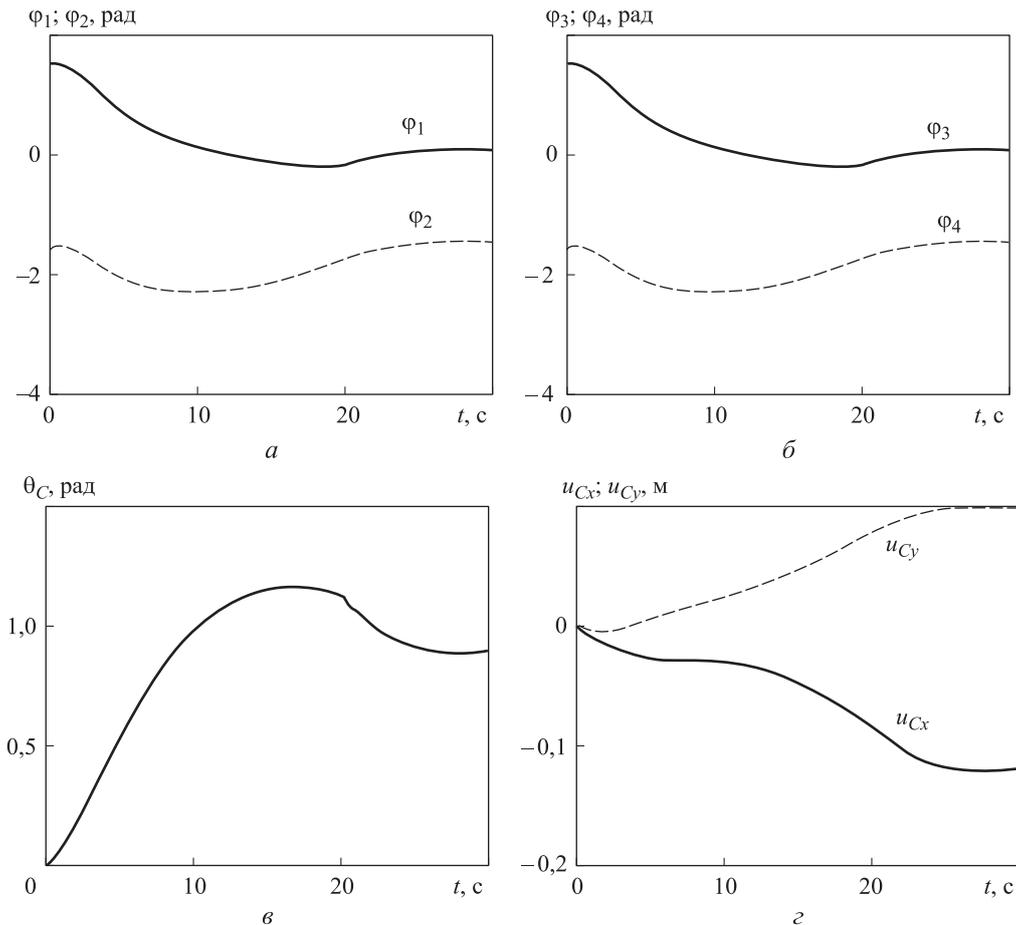


Рис. 12. Зависимости параметров ФСС и КА от времени t при развертывании системы с помощью изменения длины тросов:

$a, б$ — углов поворота стержней $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$; $в$ — угла поворота КА θ_C ; $з$ — перемещений ЦТ КА u_{Cx} и u_{Cy}

Выводы

1. Рассмотрена плоская трансформируемая стержневая система, состоящая из упругих нерастяжимых стержней, движение которой описывается в ПСК. Приведены обобщения математической модели, учитывающие наличие

троса между произвольными шарнирными узлами.

2. Приведены примеры расчета развертывания ФСС из начального (транспортного) положения в другое с помощью сил упругости, инерционных и центробежных сил, а также сил натяжения тросов при заданном изменении их длины.

Литература

- [1] Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики раскрытия многостворчатой солнечной батареи. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1992, № 1, с. 177–180.
- [2] Паничкин В.И. Математическое моделирование динамики деформирования многостворчатой солнечной батареи в процессе раскрытия. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 1992, № 4, с. 183–190.
- [3] Крылов А.В., Чурилин С.А. Моделирование раскрытия солнечных батарей различных конфигураций. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2011, № 1, с. 106–112.
- [4] Бакулин В.Н., Борзых С.В., Ильсова И.Р. Математическое моделирование процесса раскрытия многостворчатых солнечных батарей. *Вестник МАИ*, 2011, т. 18, № 3, с. 295–302.

- [5] Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Динамика упругих управляемых конструкций*. Москва, Изд-во МАИ, 2007. 328 с.
- [6] Алпатов А.П., Белецкий В.В., Драновский В.И., Закржевский А.Е., Пироженко А.В., Трогер Г., Хорошилов В.С. *Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями*. Москва-Ижевск, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2007. 560 с.
- [7] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Особенности динамики управляемого функционирования космических тросовых систем на круговых и эллиптических орбитах*. Москва, Изд-во МАИ, 2016. 160 с.
- [8] Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. *Космические тросовые системы*. Москва, Альфа-М, 2014. 208 с.
- [9] Докучаев Л.В. *Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами*. Москва, Машиностроение, 1987. 232 с.
- [10] Русских С.В. Плоская нелинейная задача динамики трансформируемой упругой стержневой системы, присоединенной к космическому аппарату. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2017, № 11, с. 89–100.
- [11] Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Динамика плоского движения тела с системой последовательно соединенных упруговязкими шарнирами гибких нерастяжимых стержней при больших углах поворота. *Известия РАН. Механика твердого тела*, 2011, № 2, с. 109–117.

References

- [1] Panichkin V.I. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki raskrytiia mnogostvorchatoi solnechnoi batarei [Mathematical modelling of the deployment dynamics of multi-leaf solar panels]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. 1992, no. 1, pp. 177–180.
- [2] Panichkin V.I. Matematicheskoe modelirovanie dinamiki deformirovaniia mnogostvorchatoi solnechnoi batarei v protsesse raskrytiia [Mathematical modeling of dynamics of deformation of the multi-leaf solar panels in the erection process]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. 1992, no. 4, pp. 183–190.
- [3] Krylov A.V., Churilin S.A. Modelirovanie raskrytiia solnechnykh batarei razlichnykh konfiguratsii [Simulation of Deployment of Solar Batteries with Various Configurations]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2011, no. 1, pp. 106–112.
- [4] Bakulin V.N., Borzykh S.V., Il'iasova I.R. Matematicheskoe modelirovanie protsessa raskrytiia mnogozvennykh solnechnykh batarei [Mathematical simulation of opening process of multi-element solar battery]. *Vestnik MAI* [Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta]. 2011, vol. 18, no. 3, pp. 295–302.
- [5] Grishanina T.V., Shkliarchuk F.N. *Dinamika upravlyemykh konstruktssii* [Driven dynamics of elastic structures]. Moscow, MAI publ., 2007. 328 p.
- [6] Alpatov A.P., Beletskii V.V., Dranovskii V.I., Zakrzhevskii A.E., Pirozhenko A.V., Troger G., Khoroshilov V.S. *Dinamika kosmicheskikh sistem s trosovymi i sharnirnymi soedineniiami* [Dynamics of space systems with the cable and swivels]. Moscow-Izhevsk, Reguliarnaia i khaoticheskaia dinamika publ., 2007. 560 p.
- [7] Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinskii V.S. *Osobennosti dinamiki upravliaemogo funktsionirovaniia kosmicheskikh trosovykh sistem na krugovykh i ellipticheskikh orbitakh* [Features of the dynamics of the controlled operation of space tethered systems in circular and elliptical orbits]. Moscow, MAI publ., 2016. 160 p.
- [8] Ivanov V.A., Kupreev S.A., Ruchinskii V.S. *Kosmicheskie trosovye sistemy* [Space tether system]. Moscow, Alfa-M publ., 2014. 208 p.
- [9] Dokuchaev L.V. *Nelineinaia dinamika letatel'nykh apparatov s deformiruemyimi elementami* [Nonlinear dynamics of aircraft with deformable elements]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1987. 232 p.
- [10] Russkikh S.V. Ploskaia nelineinaia zadacha dinamiki transformiruemoi upravnoi stержnevoi sistemy, prisoedinennoi k kosmicheskomu apparatu [A Flat Nonlinear Problem of the Dy-

namics of a Transformable Elastic Rod System Attached to a Spacecraft]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2017, no. 11, pp. 89–100.

- [11] Grishanina T.V., Shkliarchuk F.N. Dinamika ploskogo dvizheniia tela s sistemoi posledovatel'no soedinennykh uprugoviazkimi sharnirami gibkikh nerastiazhimykh sterzhnei pri bol'shikh uglakh povorota [Dynamics of Plane Motion of a Body with a System of Flexible Inextensible Rods Connected in Series by Elastoviscous Joints at Large Angles of Rotation]. *Izvestiia RAN. Mekhanika tverdogo tela* [Mechanics of Solids]. 2011, no. 2(46), pp. 248–255.

Статья поступила в редакцию 26.03.2018

Информация об авторе

РУССКИХ Сергей Владимирович (Москва) — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры 602 «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий». МАИ (НИУ) (125993, Москва, Российская Федерация, ГСП-3, А-80, Волоколамское шоссе, д. 4); старший научный сотрудник. ИПРИМ РАН (125040, Москва, Российская Федерация, Ленинградский проспект, д. 7, e-mail: sergey.russkih@rambler.ru).

Information about the author

RUSSKIKH Sergey Vladimirovich (Moscow) — Candidate of Science (Physics and Maths), Associate Professor. Department 602 — Design and Strength of Aviation and Rocket-and-Space Structures. Moscow Aviation Institute (National Research University) (125993, Moscow, Russian Federation, A-80, GSP-3 Volokolamskoye Shosse, Bldg. 4); Senior Researcher. Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences (125040, Moscow, Russian Federation, Leningradskiy Ave., Bldg. 7, e-mail: sergey.russkih@rambler.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет учебное пособие
Б.П. Борисова

«Объемные гидромашины»

Изложены общетеоретические основы и принцип действия объемных гидромашин. Дано представление о процессах, протекающих в них. Рассмотрены математические модели и конструкции, приведен расчет основных элементов гидромашин, широко распространенных в гидроприводах, — аксиально- и радиально-поршневых, пластинчатых, зубчатых и винтовых.

Для студентов, обучающихся по специальности «Энергомашиностроение».

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru