УДК 629.783 DOI: 10.18698/0536-1044-2018-4-68-79

О задаче оптимизации орбитальной структуры многоярусных спутниковых систем непрерывного обзора околоземного пространства

Ю.Н. Разумный[1], О.Е. Самусенко[2], Нгуен Нам Куи[1]

[1] Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 125871, Москва, Российская Федерация, ГСП, Волоколамское шоссе, д. 4

[2] Инженерная академия Российского университета дружбы народов, 115419, Москва, Российская Федерация, ул. Орджоникидзе, д. 3

On the Problem of Optimizing the Orbital Formation of Multi-Tiered Satellite Constellations for Continuous Near-Earth Space Coverage

Y.N. Razumnyi[1], O.E. Samusenko[2], Nguyen Nam Quy[1]

[1] Moscow Aviation Institute (National Research University), 125871, Moscow, Russian Federation, GSP, Volokolamskoe Shosse, Bldg. 4

[2] Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN), 115419, Moscow, Ordzhonikidze St., Bldg. 3

e-mail: yury.razoumny@gmail.com, o.e.samusenko@gmail.com, sky_moscow@mail.ru

Рассмотрено развитие методов проектирования спутниковых систем непрерывного обзора. Приведены основные понятия и определения для решения задачи непрерывного многократного обзора Земли и околоземного пространства. Подлежащая обзору область представлена в виде сферического слоя, а задача непрерывного *L*-кратного обзора слоя сведена к непрерывному не менее чем *L*-кратному покрытию зонами обзора каждой его отдельно взятой сферы. Обсуждены математическая постановка и методологические принципы решения задачи оптимизации орбитальной структуры многоярусных спутниковых систем непрерывного обзора околоземного пространства. Показано место задачи в общей схеме баллистического обоснования космических систем. Предложена методическая схема решения задачи оптимизации орбитальной структуры спутниковых систем непрерывного многократного обзора околоземного пространства в классе кинематически правильных моноструктур. Установлено, что решение данных задач оптимизации орбитальной структуры сводится к нахождению и минимизации по наклонению α-характеристик систем — минимального углового радиуса зон обзора, непрерывно *L*-кратно покрывающих сферу.

Ключевые слова: спутниковая система, непрерывный обзор, обзор околоземного пространства, кинематически правильные моноструктуры

The development of methods for the design of satellite constellations for continuous coverage is reviewed in this paper. The main notions and definitions involved in solving the problem of multifold continuous coverage of Earth and near-Earth space are described. The region to be observed is represented by a spherical layer, with the problem of continuous *L*-fold coverage of the layer reduced to continuous no-less-than-*L*-fold coverage of each of its spheres by the coverage areas. The mathematical setting and methodological principles for solving the problem of optimizing the orbital formation of multi-tiered satellite constellations for continuous coverage of near-Earth space are examined. The location of this problem in the general scheme of ballistic substantiation of space system design is indicated. A methodological solution pattern for optimizing the orbital formation of satellite constellations for continuous multifold coverage of near-Earth space within the class of kinematically regular mono-structures is proposed. It is shown that the solution of these constellation optimization problems is reduced to obtaining α-parameters of the systems and optimizing them for inclination, where the α-parameter is understood to be the minimal angular radius of the coverage areas that provide continuous L-fold coverage of the sphere.

Keywords: satellite constellation, continuous coverage, near-Earth space coverage, kinematically regular mono-structures

Исследования в направлении поиска оптимальных орбитальных построений спутниковых систем (СС) обзора начались в 60-х годах прошлого века с изучения систем непрерывного глобального однократного землеобзора [1–4]. Л.Г. Варго (L.G. Vargo) и Ф.В. Гобец (F.W. Gobetz) для оптимизации орбитального построения таких систем предложили использовать метод спутниковых цепочек. Этот метод ограничен в применении — он подходит лишь для тех систем, число спутников в которых имеет кратность, позволяющую создавать достаточное число цепочек с достаточным количеством спутников в них. Кроме того, метод цепочек не дает удовлетворительного решения в случае многократного обзора, а также когда зоны обзора спутников имеют значительные размеры.

Для устранения указанных недостатков требовались альтернативные более точные методы оптимизации перехода от рассмотрения упрощенной стационарной картины покрытия сферы полосами обзора к исследованию реальной динамики ее покрытия круговыми зонами обзора спутников. Если задача оптимизации орбитального построения методом цепочек решалась аналитически и не требовала больших вычислительных затрат, то при переходе к более точным численным методам оптимизации эти затраты существенно возрастали. Поэтому для применения численных методов было необходимо кардинальное сужение области оптимизации, сведение ее к узким классам спутниковых построений, обладающим выгодными качествами для непрерывного глобального обзора.

Дж.Г. Уолкер (J.G. Walker), занимаясь вопросами непрерывного одно- и двукратного обзора, открыл так называемые дельта-системы, рассчитал характеристики лучших из них для 5…15 спутников и кратности обзора 1…4. На основе анализа полученных результатов он обосновал высокое качество дельта-систем в задаче непрерывного глобального землеобзора [1].

Дельта-системы строятся на круговых орбитах одинаковых радиуса и наклонения, имеют одинаковое количество спутников в орбитальных плоскостях, характеризуются равномерным распределением как спутников на одной орбите, так и восходящих узлов орбит. При этом спутники, находящиеся в соседних орбитальных плоскостях, либо одновременно пересекают экватор, либо делают это с определенным сдвигом по времени — с расфазировкой.

По мнению Дж. Уолкера, каждая конкретная дельта-система определяется тройкой целых чисел

$$T, P, F, \tag{1}$$

где T — количество спутников в системе; P — количество плоскостей орбит (один из делителей числа T); F — коэффициент расфазировки спутников в соседних плоскостях, $F = 0\ldots(P-1)$.

Начальные фазовые состояния (НФС) спутников конкретной дельта-системы, т. е. значения прямого восхождения восходящего узла Ω и аргумента широты u каждого спутника, вычисляются следующим образом:

$$\Omega = \Omega_1 + \frac{2\pi}{P}(j-1);$$

$$u = u_1 + \frac{2\pi}{T}\left[F(j-1) + P(l-1)\right],$$

где Ω_1, u_1 — НФС первого спутника (для упрощения расчетов полагают $\Omega_1 = 0$ и $u_1 = 0$); j— номер орбитальной плоскости, $j = 1\ldots P$; l — номер спутника в плоскости, $l = 1\ldots T/P$.

А.Г. Баллард (A.H. Ballard) примерно в одно время с Дж. Уолкером открыл системы с аналогичными свойствами, назвав их «розеточными построениями» [2].

Г.В. Можаев, работая параллельно с Дж. Уолкером и А. Баллардом над проблемой оптимизации СС непрерывного глобального обзора, теоретически обосновал широкий класс рациональных вариантов орбитальных структур (ОС) — класс кинематически симметричных (в частном случае — правильных) систем [3, 5–8]. Результаты были получены на основе теории групп и классической теории симметрии. При этом оказалось, что системы Дж. Уолкера и А. Балларда представляют собой удачный подкласс кинематически правильных систем с группами симметрии первого типа и циклическими компонентами [7]. Символы симметрии таких систем состоят только из групп вращений вокруг одной оси и имеют вид

$$|H|C_nC_mK \quad \text{и} \quad |H|C_nC_m, \qquad (2)$$

где $|H|$ — порядок группы симметрии; C_n и C_m — компоненты символа симметрии, являющиеся группами вращений правильной n- и m-угольной пирамид (n и m поворотов вокруг некоторых осей на углы, кратные $2\pi/n$ и $2\pi/m$ соответственно, причем n — один из делителей числа $|H|$, а m — один из делителей n); K — взаимно простое число с частным n/m.

Для расчета НФС кинематически правильных систем типа (2) Г.В. Можаев предложил следующие формулы:

$$\Omega = \Omega_1 + 2\pi\left[\frac{\nu-1}{m} + \frac{K(j-1)}{n}\right];$$

$$u = u_1 + \frac{2\pi}{|H|}m(j-1),$$

где $j = 1...|H|/k$; ν — наименьшее общее кратное чисел n и $|H|/m$, $\nu = 1\ldots k$ ($k = [n, |H|/m]$); $K = 1$, если рассматривается символ симметрии $|H|C_nC_m$.

Б.П. Бырков, поддержавший и развивший предложенный Г.В. Можаевым «симметрийный» (теоретико-групповой) подход, внес значительный вклад в развитие теории кинематически правильных систем и изучение их возможностей в задаче *непрерывного многократного землеобзора*. В 70-х годах Б.П. Бырков сформулировал ряд новых теоретических положений. Кинематически правильные системы (2), определенные Г.В. Можаевым как системы с группами симметрии первого типа и циклическими компонентами, у Б.П. Быркова получили название «кинематически правильные моноструктуры» (КПМС) с шифром симметрии

$$NC_mC_p\text{æ}, \qquad (3)$$

где N — число спутников в системе; m — число плоскостей орбит, один из делителей числа N; p — число фронтальных спутников — спутников из разных плоскостей орбит, одновременно пересекающих экватор, один из делителей числа m (m/p — количество фронтальных группировок спутников в системе); æ — коэффициент разнесения фронтальных спутников по плоскостям орбит, взаимно простое число с частным m/p.

Б.П. Бырков для расчета НФС КПМС использовал соотношения

$$\Omega = \Omega_1 + 2\pi\left[\frac{\mu-1}{m} + \frac{\lambda-1}{p}\right];$$

$$u = u_1 + \frac{2\pi}{N}\left[p(\mu-1) + m(\nu-1)\right],$$

где $\mu = 1\ldots m/p$; $\lambda = 1...p$; $\nu = 1\ldots N/m$.

Еще раз отметим, что, несмотря на различия в обозначении и формулах расчета НФС, дельта-системы Дж. Уолкера, определяемые тройкой чисел (1), кинематически правильные системы с группами симметрии первого типа Г.В. Можаева (2) и КПМС Б.П. Быркова (3) — по сути одни и те же спутниковые структуры. При этом все три способа задания (численного «шифрования») этих структур (1)–(3) взаимосвязаны следующим образом:

- шифрообразующая четверка N, m, p и æ систем (3) Б.П. Быркова эквивалентна четверке $|H|$, n, m и K, образующей символы симметрии (2) у Г.В. Можаева;
- первая шифрообразующая пара чисел имеет одинаковые значения и у Дж. Уолкера, и у Б.П. Быркова, и у Г.В. Можаева, т. е. $T = N = |H|$ и $P = m = n$;
- вторая шифрообразующая пара чисел у Б.П. Быркова (p и æ) и у Г.В. Можаева ($|H|$, n) так же, как третье шифрообразующее число у Дж. Уолкера (F), определяет расфазировку спутников в соседних плоскостях.

Наличие дополнительного четвертого параметра (числа) при шифровании структур у Б.П. Быркова и Г.В. Можаева обусловлено применением иного, теоретико-группового подхода к получению результата и использованием принятых в теории групп обозначений. Четырехпараметрическое обозначение, в отличие от трехпараметрического (у Дж. Уолкера), позволяет получить дополнительные структурные характеристики, не прибегая к расчету НФС (например, определить количество фронтальных группировок в спутниковой системе).

Изучая возможности кинематически симметричных систем, Б.П. Бырков обобщил задачу непрерывного однократного обзора Земли на случай произвольной кратности обзора L. Для КПМС (которые, как уже отмечалось, эквивалентны системам (2) Г.В. Можаева и дельта-системам Дж. Уолкера) Б.П. Бырков рассчитал так называемые α-характеристики системы α^L — минимальные значения углового радиуса зон обзора α, обеспечивающие непрерывное глобальное L-кратное покрытие сферы, и составил подробный каталог α-характеристик для числа спутников до 24 включительно и кратности обзора $L = 1…6$. Ценность этого каталога состояла в том, что в отличие от Г.В. Можаева Б.П. Бырков не только получил оптимальные варианты (варианты с минимальными α-характеристиками и соответствующими им оптимальными наклонениями орбит), но и рассчитал α-характеристики для фиксированного перечня наклонений (от 30 до 150°, с шагом 5°). Это позволило существенно расширить возможности практического применения полученных результатов.

Т.Дж. Лэнг (T.J. Lang) провел дополнительные расчеты, увеличив до 100 спутников состав исследуемых дельта-систем в задачах непрерывного 1–4-кратного обзора Земли [4, 9–12]. Однако по сравнению с каталогами Быркова каталоги Лэнга менее полно представляли характеристики отдельных систем и отличались невысокой точностью.

Наряду с равновысотными круговыми орбитами (о которых до сих пор шла речь) некоторые исследователи рассматривали возможность использования эллиптических орбит для построения СС непрерывного глобального землеобзора. Как показали такие исследования, при равном числе спутников лучшие СС на эллиптических орбитах имеют значение большой полуоси, соизмеримое с радиусом орбит в лучших СС на круговых орбитах, т. е. по энергетике (по уровню механической энергии) первые СС не превосходят вторых. Но СС на круговых орбитах обладают весомыми преимуществами по баллистическому функционированию, простоте и надежности технологических решений. Поэтому варианты орбитальных построений на эллиптических орбитах в задачах непрерывного глобального обзора не находят практического применения.

Постепенно от решения задачи непрерывного обзора исследователи перешли к рассмотрению более трудной существенно иной задачи периодического обзора районов Земли. Основы современной теории периодического обзора приведены в работах [4, 13–15]. Изложенная в статье [15] идея рассмотрения многоярусных (многоуровневых) СС, представленная для случая периодического обзора, оказалась полезной и для непрерывного обзора, особенно для непрерывного обзора околоземного пространства (ОП).

Задача обзора ОП возникла в 80-х годах, когда на СС стали возлагать функции обслуживания не только наземных, но и космических потребителей. Несмотря на очевидное родство с задачей обзора Земли, задача непрерывного глобального L-кратного обзора ОП (особенно для случая $L > 1$) мало изучена.

В.В. Силов, решая задачу оптимизации (выбора) орбитальных построений СС непрерывного глобального обзора ОП, показал, что, как и для систем землеобзора, показателем выбора является α-характеристика системы α^L. Разница в том, что в космическом пространстве (на космической сфере) угловой радиус зон обзора α может превышать 90°. При $\alpha > 90°$ требовались также превышающие 90° значения α-характеристик, расчеты которых в то время отсутствовали. Однако для В.В. Силова отсутствие таких расчетов не имело принципиального значения, так как его системы нуждались лишь в однократном обзоре, когда решение тривиально — при $\alpha > 90°$ его дает цепочка из двух спутников. Поэтому вопрос получения значений α-характеристик L-кратного обзора α^L ($L > 1$), превышающих 90°, остался открытым.

Для случая $\alpha \geq 90°$ возникла необходимость проведения дополнительных расчетов и пополнения каталога α-характеристик значениями $\alpha^L \geq 90°$.

Цель работы — разработка методического Ω_1 подхода к решению задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного многократного обзора Земли и ОП.

Основные понятия проектной баллистики СС непрерывного многократного обзора Земли и ОП. СС в зависимости от решаемых ими задач принято подразделять на системы непрерывного и периодического, глобального и регионального (зонального), однократного и многократного обзора [16]. В настоящей работе рассмотрены СС непрерывного глобального многократного (L-кратного, $L \geq 1$) обзора Земли и ОП, а также проблема оптимизации орбитальных построений таких систем с помощью многоярусных ОС.

Под обзором Земли и ОП понимают обзор приземного сферического слоя — множества точек, находящихся над Землей в заранее определенном диапазоне высот $[\underline{H}, \overline{H}]$ (рис. 1).

Такое множество точек (сферический слой) объединяет все концентрические сферы, радиу-

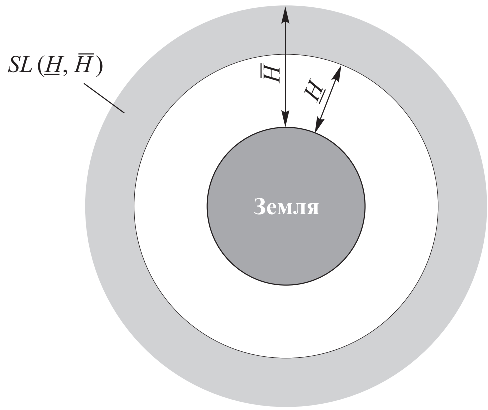

Рис. 1. Обслуживаемый сферический слой

сы которых имеют значения из диапазона $[\underline{H}+R_3, \overline{H}+R_3]$, где R_3 — радиус Земли. Подлежащей обзору областью пространства будем считать сферический слой с заданными нижней $\underline{H}$ и верхней $\overline{H}$ границами. Сферический слой обозначим как $SL(\underline{H}, \overline{H})$.

Область обзора отдельно взятого спутника — это часть пространства, «видимая» установленной на спутнике аппаратурой (фото, радио, инфракрасной, телевизионной и др.). Таким образом, область обзора спутника — часть пространства, которую он видит в фиксированный момент времени. Математическое описание области обзора, как правило, удается свести к системе неравенств, ограничивающих диапазон возможных значений геометрических параметров обзора, таких как дальность от спутника до точки обзора D, угол полураствора бортовой аппаратуры спутника β (рис. 2) и т. д.

В данной работе будем рассматривать области обзора, описываемые неравенствами вида

$$\beta \le \beta_{\max}, \quad D \le D_{\max},$$

где $\beta_{\max}$ и $D_{\max}$ — максимальные значения угла β и дальности D.

В случае обзора земной поверхности иногда его условия задаются не углом β, а минимальным углом над горизонтом точки наблюдения γ, связанным с углом β соотношением

$$\frac{\sin\beta}{\cos\gamma} = \frac{r}{R_3},$$

где r — радиус орбиты спутника.

В случае обзора ОП в его условия обычно добавляют высоту $H_Э$ так называемой экранирующей сферы $SF_Э = SF(H_Э)$, соответствующую максимально преодолимой для обзорной аппаратуры высоте плотных слоев атмосферы.

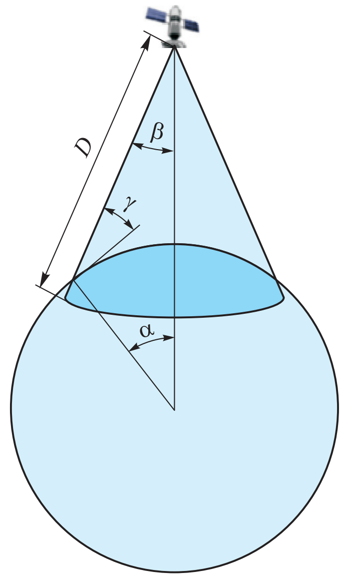

Рис. 2. Геометрические параметры обзора

Конкретный состав и значения параметров $\beta \le \beta_{\max}$, $D \le D_{\max}$, $H_Э$ будем называть условиями обзора

$$\sigma = \{\beta \le \beta_{\max}, D \le D_{\max}, H_Э\},$$

а объединение условий обзора с границами сферического слоя — пространственными параметрами обзора

$$\Sigma = \{\sigma, \overline{H}, \underline{H}\}.$$

Кратность обзора. Рассмотрим некоторую пространственную сферу обзора $SF(H)$ и возьмем на ней произвольную точку Z. Обозначим через $L_t^Z(\alpha)$ число зон обзора, накрывающих точку Z в момент времени t. Величина $L_t^Z(\alpha)$ является кратностью мгновенного (в момент t) обзора точки Z. L-кратный глобальный обзор обеспечивается, если каждая точка сферы накрыта не менее чем L подспутниковыми кругами. Следовательно, условие мгновенного L-кратного глобального обзора имеет вид

$$\min_{Z \in SF(H)} L_t^Z(\alpha) \ge L. \quad (4)$$

Величину, стоящую в левой части неравенства (4), назовем *кратностью мгновенного глобального обзора* и обозначим как $\underline{L}_t(\alpha)$, т. е.

$$\underline{L}_t(\alpha) = \min_{Z \in SF(H)} L_t^Z(\alpha).$$

Если же условие (4) соблюдается непрерывно на всем интервале повторения картины обзора, т. е. на периоде повторения фазовых состояний системы τ, то выполняется условие непрерывного L-кратного глобального обзора

$$\min_{t\in[t_0,t_0+\tau]} \underline{L}_t(\alpha) \geq L, \qquad (5)$$

т. е. *кратность непрерывного глобального обзора* определяется как

$$\underline{L}(\alpha) = \min_{t\in[t_0,t_0+\tau]} \underline{L}_t(\alpha),$$

где t_0 — начальный момент времени.

Если условие (5) выполняется для всех сфер заданного слоя $SL(\overline{H},\underline{H})$, то будем говорить о непрерывном L-кратном глобальном обзоре. Условие непрерывного L-кратного глобального обзора пространственного сферического слоя записывается следующим образом:

$$\min_{H\in[\underline{H},\overline{H}]} \underline{L}(H) \geq L \text{ или } \underline{L} \geq L, \qquad (6)$$

где $\underline{L}$ — кратность непрерывного глобального обзора слоя

$$\underline{L} = \min_{H\in[\underline{H},\overline{H}]} \underline{L}(H).$$

Системно-баллистические характеристики. Системно-баллистические характеристики СС включают в себя параметры орбитального построения СС, а также системные характеристики, отражающие качество орбитального построения с точки зрения его использования по целевому назначению СС. Системно-баллистические характеристики СС описываются вектором

$$\mathbf{S} = (\mathbf{S}_N, \mathbf{P}),$$

где $\mathbf{S}_N$ и $\mathbf{P}$ — вектор баллистических и системных характеристик СС.

Будем говорить, что задано орбитальное построение N спутниковой системы, если на начальный момент времени t_0 известен полный перечень баллистических параметров орбит ее спутников

$$\mathbf{S}_N = \{S_j\};\ \ S_j = (a_j, e_j, i_j, \omega_j, \Omega_j, \vartheta_j);\ \ j = \overline{1, N},$$

где $a_j, e_j, i_j, \omega_j, \Omega_j, \vartheta_j$ — кеплеровы элементы орбиты j-го спутника.

В частном случае, для круговых орбит, баллистические характеристики СС задаются $(2N + 2)$-мерным вектором

$$\mathbf{S}_N = \{S_j\};\ \ S_j = (r, i_j, \Omega_j, u_j);\ \ j = \overline{1, N}. \qquad (7)$$

В выражении (7) использованы новые баллистические параметры: вместо большой полуоси a_j записан радиус орбиты r, а вместо истинных аномалий ϑ_j — аргументы широты спутников u_j.

Вектор системных характеристик СС непрерывного обзора имеет вид

$$\mathbf{P} = (L, \alpha).$$

Орбитальная структура СС. Параметры долготы восходящих узлов орбит Ω_j и начальные значения аргументов широты спутников u_j задают ОС (или фазовую структуру) СС

$$\mathbf{O}_N = \mathbf{O}_{N<2N>} = \{O_j\};\ O_j = (\Omega_j, u_j);\ j = \overline{1, N}. \qquad (8)$$

Отсутствие необходимости стабилизации положения линии апсид в плоскостях круговых орбит и равенство скоростей прецессии плоскостей таких орбит с одинаковыми высотами и наклонениями позволяют экономить затраты бортовой характеристической скорости на поддержание структурной устойчивости СС путем коррекции положений спутников лишь друг относительно друга (такой способ поддержания структурной устойчивости СС называется согласованной коррекцией, а сами системы — согласованно-корректируемыми). В этом случае значения Ω_j, u_j; $j = \overline{2, N}$ в выражении (8) для $(N - 1)$ спутников системы отсчитывают от соответствующих нулевых значений ($\Omega_1 = 0$, $u_1 = 0$) для оставшегося спутника, который принимается за первый. В дальнейшем будем полагать, что рассматриваемые СС являются согласованно-корректируемыми.

Постановка задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного обзора ОП. Эта задача для системы непрерывного L-кратного обзора состоит в определении ОС, наилучшим образом обеспечивающей обзор ОП при заданных исходных данных (требованиях, ограничениях и допущениях).

Обычно такую задачу решают на начальном этапе проектирования целевых космических систем, которым для выполнения их задачи требуется обеспечить одновременную видимость определенного числа спутников в каждой точке обслуживаемой области в каждый момент времени. Это является необходимым, но чаще всего недостаточным условием для решения целевой задачи системы. Таким образом, лучшие варианты, выбираемые по критериям обзора, в общем случае не являются оптимальными с точки зрения качества решения целевой задачи системы. Поэтому на данном этапе проектирования системы нужен не один (оптимальный) вариант ее орбитального построения, а перечень вариантов, наилучшим образом решающих задачу непрерывного L-кратного обзора. Затем полученные варианты подаются на вход итерационного многоуровневого процесса проектирования, где они подвергаются всестороннему анализу с применением специальных моделей, дающих оценку затрат на создание β_{max} системы и ее целевого эффекта.

Пусть K — класс спутниковых структур; N — суммарное число спутников в системе; L — суммарная кратность обзора системы; M — количество ярусов системы; $\Sigma = \{H_Э, \bar{H}, \underline{H}\}$ — пространственные параметры области обзора; $\sigma = \{\beta_{max}, D_{max}\}$ — характеристики оборудования наблюдения; $\Delta B = \{\Delta H, \Delta i\}$ — область допустимых значений свободных параметров; O_C — орбитальные структурные ограничения (например, ограничения на число: плоскостей яруса, спутников в плоскости, спутников, выводимых одной ракетой-носителем, и т. д.).

Тогда задача оптимизации ОС многоярусной СС непрерывного обзора ОП формулируется как задача отыскания минимума функции суммарного числа спутников в системе $N(\mathbf{O}_N)$ и той ОС, на которой этот минимум достигается. В математической записи это выглядит следующим образом:

Дано: $K, M, L, \Sigma, \sigma, \Delta B, O_C$.

Найти:

$$\mathbf{O}_N^* = \arg\min\{N(\mathbf{O}_N) = $$
$$= N(\mathbf{O}_N)/K, M, L, \Sigma, \sigma, \Delta B, O_C\}$$

и

$$N_{\min} = N(\mathbf{O}_N^*).$$

В зависимости от конкретного целевого назначения СС и стадии ее баллистического обоснования задача оптимизации ОС по критериям обзора может иметь свои особенности. В одном случае требуется лишь оценить минимально необходимое число спутников $N_{\min}$, в другом — найти максимальное число кратности при заданном числе спутников в СС. В третьем случае заданными являются также и некоторые (или даже все) свободные параметры системы. Кроме того, многое зависит от степени соответствия задачи непрерывного L-кратного обзора целевому назначению СС. Если степень этого соответствия высока, то достаточно определить только экстремальные варианты (может быть, даже один — лучший для данного числа спутников вариант), не формируя тем самым их полные перечни. Приведенная постановка задачи оптимизации ОС охватывает все эти особенности (варианты решения) и потому оказывается наиболее общей.

Таким образом, решением задачи оптимизации ОС системы непрерывного L-кратного обзора в общем случае являются минимально необходимое число спутников в системе $N_{\min}$ и полный ранжированный перечень вариантов ее ОС в виде перечня $\mathbf{O}_п^L$ экстремальных вариантов и перечня $\Delta B_п^L$ соответствующих им областей пригодных значений свободных параметров.

Методический подход к решению задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного обзора ОП. В настоящее время сложился определенный научный подход к решению задачи выбора орбитальных построений по критериям обзора [3, 5–7]. В его основу заложены следующие методологические принципы. Решения отыскиваются в узких классах спутниковых структур, обладающих необходимыми для конкретной задачи обзора положительными свойствами. В выбранном классе отбирается множество подходящих (пригодных для создания системы непрерывного L-кратного обзора) структур. Для каждой выбранной структуры определяется область пригодных (для обеспечения непрерывного L-кратного обзора) значений свободных баллистических параметров (параметров, не являющихся элементами структуры), проводится их оптимизация и выбирается лучший (экстремальный) вариант орбитального построения с данной структурой. Затем на всем множестве отобранных структур полученные для каждой из них решения сортируются и ранжируются по конкретным критериям. В целях расширения круга рассматриваемых вариантов и ускорения процесса выбора орбитальных построений изучение структурных классов проводится заблаговременно. Характеристики изученных вариантов обобщаются и систематизируются в форме каталогов и баз данных.

Напомним, что рассматриваемый начальный этап баллистического обоснования — этап выбора орбитального построения по критерию обзора — предполагает максимально допустимое упрощение физической модели исследования. Для СС непрерывного глобального обзора такой моделью является модель движения спутников в центральном поле притяжения. В рамках данной модели в качества временнóго интервала, необходимого для проверки условия L-кратного обзора — гарантированного интервала непрерывности τ, использован минимальный интервал повторения (симметрии) относительных состояний СС, который сокращенно будем называть периодом повторения. Например, периодом повторения для СС на круговых равновысотных орбитах является период обращения спутников.

В рассматриваемом случае СС состоит из M подсистем или ярусов. Поэтому полагаем, что синхронизация движения спутников в соседних ярусах отсутствует и что спутники одного яруса наблюдают объект вне зависимости от таковых другого яруса. Поэтому кратность обзора СС вычисляется как алгебраическая сумма кратностей обзора всех ярусов. Тогда задача оптимизации ОС многоярусной СС превращается в задачу оптимизации ОС отдельного яруса с заданной кратностью обзора. То есть, чтобы СС обеспечивала L-кратный непрерывный глобальный обзор, каждая i-я подсистема (ярус) должна гарантировать L^i-кратный непрерывный глобальный обзор:

$$L = \sum_{i=1}^{M} L^i ,$$

где L — суммарная кратность обзора СС; L^i — кратность обзора i-го яруса СС.

Рассмотрим теперь произвольную кинематически правильную систему $s(r)$, построенную на одинаковых круговых орбитах некоторого радиуса r. Любая подсистема на одинаковых круговых орбитах, в том числе и $s(r)$, обладает очевидным свойством: на произвольно взятой сфере $SF(H)$ зоны обзора всех ее спутников имеют одинаковые размеры — одинаковые угловые радиусы $\alpha_H(r)$. С учетом этого обстоятельства определим следующие понятия и характеристики.

Назовем α-характеристикой L^i-кратного обзора α^{L^i} подсистемы $s(r)$ минимальное значение радиуса зон обзора (подспутниковых кругов) α, при котором она обеспечивает непрерывное L^i-кратное покрытие сферы. При этом учтем, что и кратность обзора точки $L_t^{iZ}(H)$, и кратность обзора сферы (мгновенного $L_t^i(H)$ и непрерывного $\underline{L}^i(H)$) зависят только от одного параметра — радиуса зон обзора α, так как центры зон обзора независимо от высоты сферы H и радиуса орбит r имеют одно и то же относительное угловое расположение на сфере. Поэтому заменим $\underline{L}(H)$ на $\underline{L}^i(\alpha)$, $L_t^Z(H)$ на $L_t^{iZ}(\alpha)$, $L_t(H)$ на $L_t^i(\alpha)$, а вместо сферы обзора $SF(H)$ выберем единичную сферу SF^0 (сферу единичного радиуса). Тогда можно записать

$$\underline{L}^i{}_t(\alpha) = \min_{Z\in SF^0} L_t^{iZ}(\alpha) \quad \text{и} \quad \underline{L}^i(\alpha) = \min_{t\in[t_0,\, t_0+\tau]} L_t^i(\alpha),$$

а α-характеристику определить как

$$\alpha^{L^i} = \min\{\alpha, \underline{L}^i(\alpha) \ge L^i\}$$

или

$$\alpha^{L^i} = \max_{t\in[t_0, t_0+\tau]} \alpha_t^{L^i},$$

где $\alpha_t^{L^i}$ — мгновенное (на момент t) значение α-характеристики α^{L^i} или мгновенная α-характеристика L^i-кратного обзора i-й подсистемы, $\alpha_t^{L^i} = \min\{\alpha, \underline{L}_t(\alpha) \ge L\}^i$.

Обозначим через $\alpha_{\text{раб}}(r)$ минимальное при заданных условиях обзора σ значение радиуса зон обзора $\alpha_H(r)$ на всех сферах слоя $SL(\underline{H}, \overline{H})$:

$$\alpha_{\text{раб}}(r) = \min_{H\in[\underline{H}, \overline{H}]} \alpha_H(r)$$

и назовем эту величину рабочим радиусом зон обзора.

Максимальное значение $\alpha_{\text{раб}}(r)$ на всем множестве $R = \Delta r = [r_{\text{н}}, r_{\text{в}}]$ ($r_{\text{н}}$ и $r_{\text{в}}$ — верхняя и нижняя граница диапазона радиуса орбит) допустимых значений радиуса орбит назовем оптимальным рабочим радиусом зон обзора

$$\alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}} = \max_{r\in R} \alpha_{\text{раб}}(r),$$

а радиус орбит, при котором достигается данное значение, — оптимальным радиусом орбит

$$r^{\text{opt}} = \arg\max_{r\in R} \alpha_{\text{раб}}(r).$$

Будем считать, что подсистема $s(r)$ способна обеспечить непрерывный L^i-кратный обзор, если для нее в области допустимых значений R могут быть найдены такие значения радиуса орбит r, при которых выполняется условие (6).

Поясним значение характеристик $\alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}}$ и r^{opt}. Для этого введем понятие запаса перекрытий зон L^i-кратного обзора $\Delta\alpha^{L^i}(r)$ как превышение рабочего радиуса зон обзора над α-характеристикой L-кратного обзора:

$$\Delta\alpha^{L^i}(r) = \alpha_{\text{раб}}(r) - \alpha^{L^i}.$$

Параметр $\Delta\alpha^{L^i}(r)$ показывает, что на любой сфере слоя радиус зон обзора больше α-характеристики L^i-кратного обзора не менее чем на значение этого параметра. Ценность параметра $\Delta\alpha^{L^i}(r)$ состоит в том, что он характеризует такое важное понятие для подсистемы, как запас ее структурной устойчивости.

С учетом изложенного и в соответствии с общей постановкой задачи оптимизации ОС подсистемы непрерывного L^i-кратного обзора предлагается следующая методическая схема ее решения в классе КПМС $K_{\text{КПМС}}$.

Вычисляются оптимальный радиус орбит r^{opt} и оптимальный рабочий радиус зон обзора $\alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}}$. В классе $K_{\text{КПМС}}$ с учетом структурных

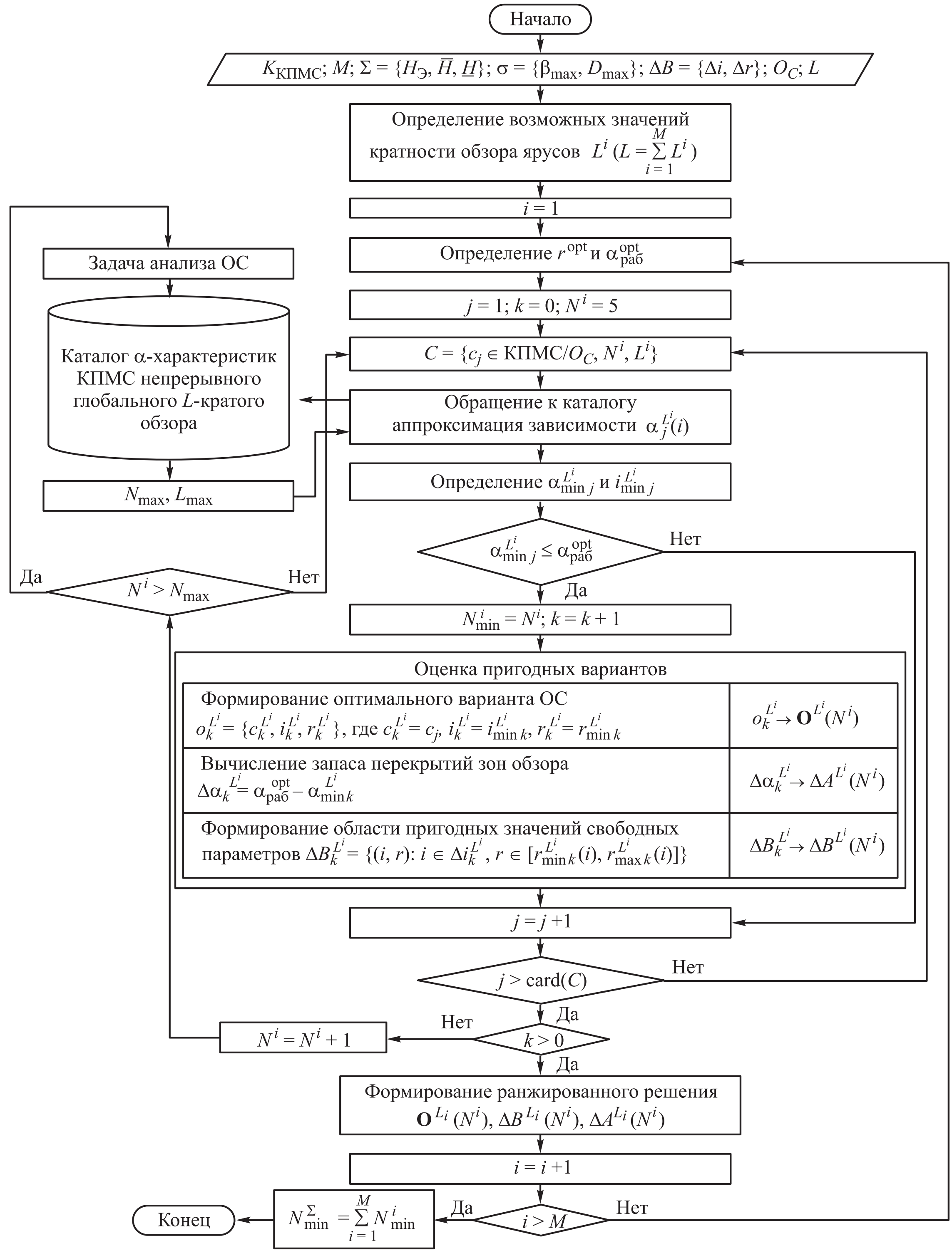

Рис. 3. Блок-схема решения задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного обзора ОП

ограничений O_C формируется исходный перечень N^i-спутниковых структур

$$C = \left\{c_j \in \text{КПМС}/O_C, N^i, L^i\right\}.$$

Для каждой структуры исходного перечня $c_j \in C$ определяются зависимость α-характеристики L^i-кратного обзора от наклонения орбит $\alpha_j^{L^i}(i)$, ее минимальное значение $\alpha_{\min j}^{L^i}$ и соответствующее ему наклонение $i_{\min j}^{L^i}$:

$$\alpha_{\min j}^{L^i} = \min_{i \in \Delta i} \alpha_j^{L^i}(i);$$

$$i_{\min j}^{L^i} = \arg\min_{i \in \Delta i} \alpha_j^{L^i}(i).$$

В исходном перечне C отбирается множество пригодных структур

$$C^{L^i} = \left\{ c_k^{L^i} \in C \colon \alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}} \geq \alpha_{\min k}^{L^i} \right\},$$

где k — номер пригодной структуры.

Для каждой пригодной структуры $c_k^{L^i}$, C^{L^i} выполняются следующие операции:

• нахождение множества $\Delta i_k^{L^i}$ пригодных значений наклонения орбит

$$C^{L^i} = \left\{ c_k^{L^i} \in C \colon \alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}} \geq \alpha_{\min k}^{L^i} \right\};$$

• определение границ $r_{\min k}^{L}(i)$ и $r_{\max k}^{L}(i)$ пригодных значений радиуса орбит для каждого пригодного наклонения i, $\Delta i_k^{L^i}$;

• формирование области пригодных значений свободных параметров (наклонения и радиуса орбит)

$$\Delta B_k^{L^i} = \left\{ (i, r) \colon i \in \Delta i_k^{L^i},\ r \in \left[r_{\min k}^{L^i}(i), r_{\max k}^{L^i}(i) \right] \right\};$$

• составление экстремального варианта

$$o_k^{L^i} = \left\{ c_k^{L^i}, i_k^{L^i}, r_k^{L^i} \right\},$$

где $i_k^{L^i} = i_{\min k}^{L^i}$; $r_k^{L^i}$ — минимальный радиус орбит для системы непрерывного L^i-кратного обзора с данной структурой, $r_k^{L^i} = r_{\min k}^{L^i}(i_{\min k}^{L^i})$;

• вычисление максимального запаса перекрытий зон обзора (запаса перекрытий зон обзора при радиусе орбит r^{opt})

$$\Delta\alpha_k^{L^i} = \alpha_{\text{раб}}^{\text{opt}} - \alpha_{\min k}^{L^i}.$$

После этого формируются перечни:

– экстремальных вариантов

$$\mathbf{O}^{L^i}(N^i) = \left\{ o_k^{L^i} \right\};$$

– соответствующих им областей пригодных значений свободных параметров

$$\Delta B^{L^i}(N^i) = \left\{ \Delta B_k^{L^i} \right\};$$

– запасов перекрытий зон обзора

$$\Delta A^{L^i}(N^i) = \left\{ \Delta\alpha_k^{L^i} \right\}.$$

И, наконец, перечни $\mathbf{O}^{L^i}(N^i)$, $\Delta B^{L^i}(N^i)$, $\Delta A^{L^i}(N^i)$ ранжируются по значению запасов перекрытий зон обзора в экстремальных вариантах:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{O}_P^{L^i}(N^i) &= \left\{ o_{P\nu}^{L^i} \in \mathbf{O}^{L^i}(N^i) \right\}; \\ \Delta B_P^{L^i}(N^i) &= \left\{ \Delta B_{P\nu}^{L^i} \in \Delta B^{L^i}(N^i) \right\}; \\ \Delta A_P^{L^i}(N^i) &= \left\{ \Delta A_{P\nu}^{L^i} \in \Delta A^{L^i}(N^i) \right\}, \end{aligned}\right\}$$

где $\nu = 1 \ldots K \colon \Delta\alpha_{P1}^{L^i} \geq \Delta\alpha_{P2}^{L^i} \geq \ldots \geq \Delta\alpha_{PK}^{L^i}$ $(K = \operatorname{card}(C^{L^i}(N^i)))$.

В структурном виде предложенная методическая схема изображена на рис. 3. Из представленной методической схемы (см. рис. 3) видно, что для практической реализации необходимо для каждой системы уметь находить значения α-характеристики L^i-кратного обзора, строить ее зависимость от наклонения орбит $\alpha_j^{L^i}(i)$ и определять ее минимум. Определение α-характеристики L^i-кратного обзора — сложный вычислительный процесс, требующий значительных затрат времени. При этом следует отметить, что α-характеристика системы имеет универсальный характер — она зависит не от пространственных параметров обзора, а лишь от структуры системы и наклонения орбит ее спутников. Учитывая данное обстоятельство и принимая во внимание, что КПМС имеют ограниченное число вариантов, расчеты α-характеристик могут проводиться заблаговременно. На основании таких расчетов формируется специализированная база данных — каталог α-характеристик системы. При его наличии процедура построения зависимости $\alpha_j^{L^i}(i)$ сводится к обращению к каталогу, выбору из него необходимых значений и аппроксимации по ним этой зависимости.

Выводы

1. Предложен подход к решению задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного многократного обзора ОП. Задача оптимизации ОС многоярусной СС сведена к задаче оптимизации ОС отдельного яруса с заданной кратностью обзора.

2. Разработана методическая схема решения задачи оптимизации ОС многоярусных СС непрерывного многократного обзора ОП в классе КПМС. Для сокращения времени и автоматизации процесса поиска оптимального решения предложено использовать каталог α-характеристик КПМС.

Литература

[1] Walker J.G. Satellite Constellations. *Journal of the British Interplanetary Society*, 1984, vol. 24, pp. 369–384.

[2] Ballard A.H. Rosette constellations of Earth satellites. *Aerospace and electronic systems*, 1980, vol. 16, no. 5, pp. 656–673.

[3] Можаев Г.В. Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. I. *Космические исследования*, 1972, т. 10, вып. 6, с. 833–840.

[4] Можаев Г.В. Задача о непрерывном обзоре Земли и кинематически правильные спутниковые системы. II. *Космические исследования*, 1973, т. 11, вып. 1, с. 59–69.

[5] Можаев Г.В. *Синтез орбитальных структур спутниковых систем (теоретико-групповой подход)*. Москва, Машиностроение, 1989. 304 с.

[6] Можаев Г.В. Возможности кинематически правильных спутниковых систем с группами симметрии первого типа в задаче непрерывного однократного обзора Земли. *Космические исследования*, 2005, т. 43, № 3, с. 215–223.

[7] Можаев Г.В. Проблемы оптимизации движения спутниковых систем: состояние исследований и перспективы. *Труды МАИ*, 2009, вып. 34. URL: http://trudymai.ru/upload/iblock/a1c/problemy-optimizatsii-dvizheniya-sputnikovykh-sistem-sostoyanie-issledovaniy-i-perspektivy.pdf (дата обращения 14 декабря 2017).

[8] Lang T.J. Symmetric circular orbit satellite constellations for continuous global coverage. *Astrodynamics 1987: Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, Kalispell, 1987, no. 87–499, 12 p.

[9] Lang T.J. Optimal low earth orbit constellations for continuous global coverage. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Victoria, BC, August 16–19 1993, no. 597, 17 p.

[10] Lang T.J. A Parametric Examination of Satellite Constellations to Minimize Revisit Time for Low Earth Orbits Using a Genetic Algorithm. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Quebec, Canada, 30 July–2 August 2001, vol. 109, pp. 625–640.

[11] Lang T.J. Walker Constellations to Minimize Revisit Time in Low Earth Orbit. *13-th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Ponce, Puerto Rico, 9–13 February, 2003, paper AAS 03-178.

[12] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 1: Analytic Emulation of the Earth Coverage, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 128, pp. 722–740.

[13] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 2: Synthesis of Satellite Orbits and Constellations, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 128, pp. 741–758.

[14] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 3: Low-Cost Earth Observation with Minimal Satellite Swath, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 129, pp. 447–458.

[15] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 4: Compound Satellite Structures on Orbits with Synchronized Nodal Regression, *Acta Astronautica*, 2016, vol. 129, pp. 459–465.

[16] Разумный Ю.Н. *Машиностроение. Энциклопедия. Том IV-22. Ракетно-космическая техника. Кн. 1.* Москва, Машиностроение, 2012, с. 180–225.

References

[1] Walker J.G. Satellite Constellations. *Journal of the British Interplanetary Society*, 1984, vol. 24, pp. 369–384.

[2] Ballard A.H. Rosette constellations of Earth satellites. *Aerospace and electronic systems*, 1980, vol. 16, no. 5, pp. 656–673.

[3] Mozhaev G.V. Zadacha o nepreryvnom obzore Zemli i kinematicheski pravil'nye sputnikovye sistemy. I [The problem of continuous review of Earth and kinematically correct satellite system. I]. *Kosmicheskie issledovaniia* [Cosmic Research]. 1972, vol. 10, is. 6, pp. 833–840.

[4] Mozhaev G.V. Zadacha o nepreryvnom obzore Zemli i kinematicheski pravil'nye sputnikovye sistemy. II [The problem of continuous review of Earth and kinematically correct satellite system. II]. *Kosmicheskie issledovaniia* [Cosmic Research]. 1973, vol. 11, is. 1, pp. 59–69.

[5] Mozhaev G.V. *Sintez orbital'nykh struktur sputnikovykh sistem (teoretiko-gruppovoi podkhod)* [The synthesis of the orbital structures of satellite systems (group-theoretic approach)]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1989. 304 p.

[6] Mozhaev G.V. Capabilities of kinematically regular satellite systems with symmetry groups of the second type in the problem of continuous single coverage of the earth. *Cosmic Research*, 2005, vol. 43, no. 3, pp. 205–212.

[7] Mozhaev G.V. Problemy optimizatsii dvizheniia sputnikovykh sistem: sostoianie issledovanii i perspektivy [Problems of optimization of satellite systems motion: state of research and perspectives]. *Trudy MAI* [Proceedings of MAI]. 2009, is. 34. Available at: http://trudymai.ru/upload/iblock/a1c/problemy-optimizatsii-dvizheniya-sputnikovykh-sistem-sostoyanie-issledovaniy-i-perspektivy.pdf (accessed 14 December 2017).
[8] Lang T.J. Symmetric circular orbit satellite constellations for continuous global coverage. *Astrodynamics 1987: Proceedings of the AAS/AIAA Astrodynamics Conference*, Kalispell, 1987, no. 87–499, 12 p.
[9] Lang T.J. Optimal low earth orbit constellations for continuous global coverage. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, 1993, Victoria, BC, Aug. 16–19 1993, no. 597, 17 p.
[10] Lang T.J. A Parametric Examination of Satellite Constellations to Minimize Revisit Time for Low Earth Orbits Using a Genetic Algorithm. *AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference*, Quebec, Canada, 30 July–2 August 2001, vol. 109, pp. 625–640.
[11] Lang T.J. Walker Constellations to Minimize Revisit Time in Low Earth Orbit. *13th AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, Ponce, Puerto Rico, 9–13 February, 2003, paper AAS 03-178.
[12] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 1: Analytic Emulation of the Earth Coverage. *Acta Astronautica*, 2016, vol. 128, pp. 722–740.
[13] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 2: Synthesis of Satellite Orbits and Constellations. *Acta Astronautica*, 2016, vol. 128, pp. 741–758.
[14] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 3: Low-Cost Earth Observation with Minimal Satellite Swath. *Acta Astronautica*, 2016, vol. 129, pp. 447–458.
[15] Razoumny Yu.N. Fundamentals of the Route Theory for Satellite Constellation Design for Earth Discontinuous Coverage. Part 4: Compound Satellite Structures on Orbits with Synchronized Nodal Regression. *Acta Astronautica*, 2016, vol. 129, pp. 459–465.
[16] Razumnyi Iu.N. *Mashinostroenie. Entsiklopediia. Tom 4-22. Raketno-kosmicheskaia tekhnika. Kniga 1* [Engineering. Encyclopedia. Volume 4-22. Rocket and space technology. B. 1]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2012, pp. 180–225.

Статья поступила в редакцию 15.01.2018

Информация об авторах

РАЗУМНЫЙ Юрий Николаевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, директор. Инженерная академия Российского университета дружбы народов; профессор кафедры «Системный анализ и управление». Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (125871, Москва, Российская Федерация, ГСП, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: yury.razoumny@gmail.com).

САМУСЕНКО Олег Евгеньевич (Москва) — кандидат технических наук, старший научный сотрудник, доцент департамента механики и мехатроники. Инженерная академия Российского университета дружбы народов (115419, Москва, Российская Федерация, ул. Орджоникидзе, д. 3, e-mail: o.e.samusenko@gmail.com).

НГУЕН Нам Куи (Москва) — аспирант кафедры «Системный анализ и управление». Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (125871, Москва, Российская Федерация, ГСП, Волоколамское шоссе, д. 4, e-mail: sky_moscow@mail.ru).

Information about the authors

RAZUMNYI Yury Nikolaevich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Director. Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN); Professor, Department of System Analysis and Control. Moscow Aviation Institute (National Research University) (125871, Moscow, Russian Federation, GSP, Volokolamskoe Shosse, Bldg. 4, e-mail: yury.razoumny@gmail.com).

SAMUSENKO Oleg Evgenievich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Mechanics and Mechatronics. Engineering Academy, Peoples' Friendship University of Russia (RUDN) (115419, Moscow, Ordzhonikidze St., Bldg. 3, e-mail: o.e.samusenko@gmail.com).

NGUYEN Nam Quy (Moscow) — Postgraduate, Department of System Analysis and Control. Moscow Aviation Institute (National Research University) (125871, Moscow, Russian Federation, GSP, Volokolamskoe Shosse, Bldg. 4, e-mail: e-mail: sky_moscow@mail.ru).