УДК 621.923.02

#### DOI 10.18698/0536-1044-2018-1-26-36

# Стохастическая модель процесса абразивной обработки. Динамика плоского шлифования

#### С.А. Воронов, Вэйдун Ма

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

# A Stochastic Model of Abrasive Processing. The Dynamics of Flat Grinding

S.A. Voronov, Weidong Ma

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: voronov@rfbr.ru, 314651368@qq.com

Предложена динамическая модель плоского шлифования инструментом при заданном распределении абразивных зерен со случайными геометрическими характеристиками. Предполагается, что инструмент крепится на упруго закрепленной подвеске, совершая колебания в плоскости под действием сил резания, которые определяются как результат взаимодействия отдельных абразивных зерен с обрабатываемым материалом заготовки. Получены уравнения колебаний инструмента, соотношения для расчета толщины срезаемого слоя и уравнения образования новых поверхностей. Рассчитаны силы резания с учетом динамических смещений инструмента, оценены текстуры поверхности, сформированной после прохождения абразивными зернами шлифовального круга. Проведена оценка качества обработанной поверхности путем статистической обработки параметров образованной текстуры с учетом влияния динамики процесса шлифования. Приведены данные сравнения результатов моделирования характеристик обработанной поверхности с учетом и без учета динамики. Исследовано влияние жесткости крепления и скорости вращения инструмента на его динамические смещения в процессе шлифования. Показано, что в системе существуют различные источники возбуждения вибраций, характерных как для вынужденных колебаний на частоте прохождения зубьев, так и для регенеративных колебаний на собственных частотах динамической системы.

Ключевые слова: стохастическая модель, динамика, шлифование, силы резания, вибрации, случайная геометрия, абразивные зерна, текстура, обработанная поверхность

In this work, a dynamic model of flat grinding by a tool with a given distribution of abrasive grains owning random geometric characteristics is introduced. It is assumed that the tool is mounted on an elastically-supported suspension, oscillating in the plane under the action of the cutting forces that are determined by the resulting interaction of separate abrasive grains with the treated material. Equations for the tool oscillations, relationships for the calculation of the cut layer thickness, and equations for the formation of new surfaces are obtained. Cutting forces are calculated taking into account the tool's dynamical displacements. The surface texture formed after passes by abrasive grains of the grinding wheel is evaluated. An estimation of the machined surface quality is carried out through the statistical processing of parameters of the formed texture taking into consideration the dynamical influence of the grinding process. The results of simulation of the machined surface characteristics with and

without the consideration of dynamics are compared. The influence of the tool attachment stiffness and rotation speed on the tool's dynamical displacement during the grinding process is investigated. It is shown that there are various vibration excitation sources in the system, characteristic both of the forced oscillations at the frequency of teeth passing, and the regenerative oscillations at the dynamic system natural frequencies.

**Keywords:** stochastic model, dynamics, grinding, cutting forces, vibrations, random geometry, abrasive grains, texture, machined surface

В современных технологических процессах механической обработки шлифование широко используют как финишную операцию, обеспечивающую высокую точность и качество обработанной поверхности детали [1-3]. В отличие от инструментов для точения и фрезерования режущие кромки зерен шлифовального круга (ШК) имеют стохастическую геометрию и случайным образом распределены по его поверхностному слою [4]. Эта особенность может быть препятствием для прогнозирования результатов обработки и оптимизации режимов и параметров процесса. Точность формы поверхности, получаемой при шлифовании, зависит от жесткости крепления инструмента и режимов обработки, так как в динамической системе при резании неизбежно возбуждаются вибрации, что требует дополнительного исследования.

Цель работы — исследование влияния динамики процесса резания на качество обработанной поверхности при шлифовании плоских деталей на основе стохастической модели инструмента с распределенными абразивными зернами.

Упрощенная модель плоского шлифования с зернами, имеющими случайные геометрические характеристики. Для моделирования можно рассматривать каждое абразивное зерно как элементарную режущую кромку с отрицательным передним углом резания, взаимодействующую с материалом заготовки [5–7].

Приведем упрощенную модель плоского шлифования, представленную в работе [8], введя следующие предположения:

– абразивные зерна равномерно расположены по поверхности инструмента так, что центральный угол между осями соседних зерен является одинаковым. По ширине ШК зерна распределены равномерно на нескольких дорожках (рис. 1). Такой характер распределения дает возможность при моделировании описывать движение системой дифференциальных уравнений с запаздыванием. При этом время запаздывания (время прохождения одного зерна) T/N = const (T — период вращенияШК, N — количество зерен на дорожке);

 все зерна имеют случайные геометрические характеристики — высоту *h*<sub>0</sub>, конусный угол θ и угол рыскания α.

Исходные данные упрощенной модели плоского шлифования:

- угловая скорость ШК ω = 150 рад/с;
- скорость подачи  $V_w = 250$  мм/с;
- радиус шлифовального круга  $r_s = 105$  мм;
- глубина резания *a*<sub>e</sub> = 0,2 мм;
- ширина ШК *b* = 5 мм;



*Рис. 1.* Схема упрощенной модели шлифования с зернами, имеющими случайные геометрические характеристики:

1 — ШК; 2 — заготовка; 3 — ( j + 1)-е зерно; 4 — j-е зерно; 5 — (j – 1)-е зерно; 6 —дорожки

• количество дорожек  $N^* = 50;$ 

• количество зерен на дорожке  $N = 5\ 000;$ 

 количество зерен в зоне контакта на одной дорожке

$$n=\frac{\arccos\left[\left(r_{s}-a_{e}\right)/r_{s}\right]}{2\pi}N\approx49.$$

При моделировании динамики используем представленные в работе [8] данные по распределению абразивных зерен и их стохастическим геометрическим характеристикам, а также систему уравнений, описывающих формирование новой поверхности:

$$\begin{cases} D_{j}(t) = \left[ L\left(t - \frac{T}{N}\right) + V_{w} \frac{T}{N} \sin \varphi_{j}(t) - \right. \\ \left. - \Delta x \sin \varphi_{j}(t) - \Delta z \cos \varphi_{j}(t) - \left(h_{0j-1} - h_{0j}\right) \right] \times \\ \left. \times g\left(\varphi_{j}(t)\right); \right. \\ \left. h_{cuj}(t) = \max\left[0, D_{j}(t)\right]; \right. \\ \left. n(t) = Trend\left[ \Pi\left(t - T/N\right) - h_{cuj}(t)\right]; \\ \left. L(t) = 0, \ t \le 0; \right. \\ \left. g\left(\varphi_{j}(t)\right) = \begin{cases} 1, \ 0 \le \varphi_{j}(t) \le \varphi_{ex}; \\ 0, \ otherwise, \end{cases} \end{cases}$$
(1)

где  $D_i(t)$  — расстояние от режущих кромок до необработанной поверхности, состоящей из статической  $L(t-T/N) + V_w(T/N)\sin\varphi_i(t)$ , динамической  $v_j = \Delta x \sin \phi_j + \Delta z \cos \phi_j$  и геометрической  $h_{0i-1} - h_{0i}$  частей;  $\phi_i$  — угловое положение *j*-го зерна; L(t) — отклонение поверхности заготовки в полярной системе координат в настоящий момент времени  $t; h_{0i-1}$  и  $h_{0i}$  высота (*j* – 1)-го и *j*-го зерна; *h*<sub>cuj</sub>(*t*) — толщина срезаемого слоя *j*-го зерна в момент времени *t*;  $\max[0, D_j(t)]$  — функция, которая равна максимальному из двух аргументов в скобках: 0 и  $D_i(t)$ , т. е. толщина резания может быть только положительной;  $\Pi(t)$  — конфигурация поверхности, для которой в программной среде МАТLАВ создается информационный банк;  $Trend[\Pi(t-T/N)-h_{cuj}(t)]$  — функция, интерполирующая значения по точкам, заданным в массиве;  $g(\phi_i(t))$  — единичная функция, определяющая, находится ли *j*-е зерно в зоне контакта;  $\phi_{ex}$  — угол выхода зерна из погружения в материале.

После определения толщины срезаемого слоя  $h_{cuij}$  зерен в зоне контакта применим соотношения между силами резания, параметрами зерен и режимами обработки, приведенные в публикации [9], по которым можно вычислить силы резания каждого зерна в зоне контакта:

$$\begin{cases} F_t = \left[ C_{t1} \left( \frac{A_h}{A_0} \right)^{C_{t2}} + C_{t3} \right] \sigma_{\mathrm{T}} A_0; \\ F_n = \left[ C_{n1} \left( \frac{A_h}{A_0} \right)^{C_{n2}} + C_{n3} \right] \sigma_{\mathrm{T}} A_0, \end{cases}$$
(2)

где  $F_t$  и  $F_n$  — касательная и нормальная составляющие силы резания;  $C_{t1}$ ,  $C_{t2}$ ,  $C_{t3}$ ,  $C_{n1}$ ,  $C_{n2}$ ,  $C_{n3}$  — коэффициенты сил резания;  $A_0$  — характерная площадь, используемая для обезразмеривания;  $A_h$  — площадь врезания (представляет собой функцию от толщины срезаемого слоя  $h_{cuij}$ );  $\sigma_{\rm T}$  — предел текучести материала (960... 1 180 МПа), принятый равным 1 000 МПа [10].

Динамика инструмента с учетом вибрации. В статье [8] рассмотрено моделирование процесса обработки ШК со случайно распределенными абразивными зернами при кинематически заданном движении инструмента без учета вибрации. Построены текстуры поверхности после прохождения инструмента, рассчитаны значения толщин срезаемого слоя для отдельных зерен. В данной статье предполагается, что инструмент упруго закреплен и может совершать вибрации в плоскости XOZ.

Преобразуем составляющие сил резания для отдельного зерна  $F_{tij}$  и  $F_{nij}$ , действующие на *i*-й дорожке, к силам  $F_{xij}$  и  $F_{zij}$  системы координат *OXYZ* (проекции сил резания на оси *X*, *Z*), используя следующие соотношения:

$$\begin{cases} F_{xij} = F_{tij} \cos \varphi_{ij} + F_{nij} \sin \varphi_{ij}; \\ F_{zij} = -F_{tij} \sin \varphi_{ij} + F_{nij} \cos \varphi_{ij}, \end{cases}$$
(3)

где  $\phi_{ij}$  — угловое положение *j*-го зерна на *i*-й дорожке.

Суммируя силы резания, действующие на все зерна в зоне контакта ШК и заготовки, получаем силы, действующие на ШК:

$$\begin{cases} F_x = \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n} F_{xij}; \\ F_z = \sum_{i=1}^{N^*} \sum_{j=1}^{n} F_{zij}. \end{cases}$$
(4)



*Рис. 2.* Текстуры обработанной поверхности заготовки для различных вариантов (*a-г*) случайным образом выбранных параметров расположения зерен при моделировании с учетом вибрации ШК в момент времени *t* = 100*T*/*N* 

Система дифференциальных уравнений, описывающих движение ШК, имеет вид

$$\begin{cases} m\ddot{x} + C_x \dot{x} + K_x x = F_x; \\ m\ddot{z} + C_z \dot{z} + K_z z = F_z, \end{cases}$$
(5)

где m — масса ШК;  $C_x$ ,  $C_z$  и  $K_x$ ,  $K_z$  — демпфирования и приведенные жесткости крепления ШК в направлении осей X, Z.

При проведении расчетов принимаем: m = 2 кг,  $C_x = 547,7 \text{ кг/с}$ ,  $C_z = 178,8 \text{ кг/с}$ ,  $K_x = 60 \text{ кH/мм}$ ,  $K_z = 40 \text{ кH/мм}$ . Дифференциальные уравнения (5) с соотношениями для сил резания (2)–(4) и уравнениями образования новых поверхностей (1) численно интегрируются при заданных начальных условиях: при t = 0, x(0) = 0,  $\dot{x}(0) = 0$ , z(0) = 0.

На рис. 2 показаны текстуры обработанной поверхности заготовки для различных вариантов случайным образом выбранных параметров расположения зерен при моделировании с учетом вибрации. На основании обработки моделируемой поверхности можно рассчитать волнистость поверхности (см. таблицу и рис. 3).

В таблице представлены статистические характеристики поверхности, полученной при моделировании четырех дорожек ШК (см. рис. 3, а-г), где введены следующие обозначения: Mean — среднее значение координаты Z поверхности, определяющее среднюю линию профиля; Max и Min — максимальное и минимальное значение координаты Z поверхности; *R<sub>a</sub>* — среднее арифметическое отклонение профиля; S — средний шаг неровностей профиля по вершинам в пределах базовой длины; S<sub>m</sub> — средний шаг неровностей профиля в пределах базовой длины.

Сравнение параметров, представленных в таблице, и результатов, полученных без учета динамики, приведенных в работе [8], показало,

Параметры волнистости обработанной поверхности с учетом вибрации ШК

Номер дорожки і	Mean, мм	Мах, мм	Min, мм	<i>Ra</i> , мкм	<i>S</i> , мм	<i>Sm</i> , мм
10	50,8007	50,8018	50,7994	0,5425	0,3175	0,2664
20	50,8008	50,8017	50,7991	0,5673	0,3668	0,2378
30	50,8006	50,8015	50,7992	0,4836	0,3592	0,2587
40	50,8005	50,8016	50,7990	0,5138	0,3876	0,2681



*Рис. 3.* Изменение геометрии обработанной поверхности заготовки после прохождения зерен с учетом вибрации ШК в момент времени t = 100T/N для разных дорожек: a - i = 10; 6 - i = 20; s - i = 30; z - i = 40



*Рис. 4.* Изменение толщины срезаемого слоя для *j*-го зерна на *i*-й дорожке  $h_{cuij}$  с учетом вибрации ШК в разные моменты времени:  $a - t = T/N; \ 6 - t = 2T/N; \ 8 - t = 3T/N; \ c - t = 20T/N; \ \partial - t = 40T/N; \ e - t = 60T/N$ 

что среднее значение координаты Z поверхности увеличивается (среднее значение без учета вибрации  $\overline{\text{Mean}_{6.B}} = 50,7989 \text{ мм}$ ). Это объясняется наличием упругого отжатия в системе с учетом податливости крепления инструмента. Среднее арифметическое отклонение профиля *Ra* уменьшается (отклонение без учета вибрации  $\overline{Ra_{6,B}} = 0,6437$  мкм), что подтверждает влияние жесткости ШК на волнистость обработанной поверхности. Средний шаг неровностей профиля по вершинам *S* также уменьшается (средний шаг без учета вибрации  $\overline{S_{6.B}} = 0,4115$  мм), т. е. на поверхности, полученной с учетом динамики, количество пиков на интервале становится больше.

Как видно из рис. 4, изменение толщины срезаемого слоя в зависимости от номера зерна во времени имеет волновой характер. Вначале зерна круга врезаются в материал заготовки, при этом амплитуды смещения большие, т. е. в эти моменты времени толщина срезаемого слоя уменьшается или увеличивается за счет динамического смещения инструмента. Далее для периода врезания всех зерен, попадающих в зону контакта, при сравнении с результатами, полученными без учета динамики в работе [8], распределение толщины срезаемого слоя является более разреженным. Это объясняется тем, что положение ШК в этом режиме чуть-чуть смещается от центра вследствие упругого отжатия ШК. Существуют некоторые зерна, для которых, хотя они и находятся в зоне контакта, толщина срезаемого слоя  $h_{cuij} = 0$ . Это означает, что они не срезают материал заготовки.

Силы шлифования существенно искажаются вследствие влияния динамики с учетом вибрации. Изменение сил резания происходит из-за прерывистого врезания отдельных зерен, движущихся по неровной поверхности контакта инструмента и заготовки, а также дополнительных смещений вследствие вибрации ШК. После переходного процесса силы шлифования выходят на установившийся режим, как показано на рис. 5. Средние значения сил шлифования:  $F_z = 314,2$  H,  $F_x = 107,1$  H, а среднеквадратические отклонения:  $\sigma_{Fz} = 52,5$  H,  $\sigma_{Fx} = 64,1$  H. После спектрального разложения основная час-тота сил шлифования  $F_x$ ,  $F_z$  с максимальной амплитудой составляет 5 873 Гц. Это значение примерно равно частоте прохождения зубьев в процессе шлифования при заданных условиях.

Введем следующие безразмерные переменные и обозначения:

$$\begin{split} \xi &= \frac{x}{\overline{h}_0}; \quad \eta = \frac{z}{\overline{h}_0}; \quad t = T\tau; \quad f_x = \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{K_x}{m}}; \\ f_z &= \frac{T}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{m}}; \quad \zeta_x = \frac{C_x}{2\sqrt{K_xm}}; \quad \zeta_z = \frac{C_z}{2\sqrt{K_zm}}; \\ \overline{F}_x &= \frac{F_x}{m\overline{h}_0}; \quad \overline{F}_z = \frac{F_z}{m\overline{h}_0}, \end{split}$$

где  $\overline{h}_0$  — математическое ожидание высоты зерна;  $\tau$  — безразмерное время.

Уравнения движения инструмента (5) в безразмерной форме примут вид

$$\begin{cases} \ddot{\xi} + 4\pi\zeta_x f_x \dot{\xi} + 4\pi^2 f_x^2 \xi = \overline{F}_x; \\ \ddot{\eta} + 4\pi\zeta_z f_z \dot{\eta} + 4\pi^2 f_z^2 \eta = \overline{F}_z. \end{cases}$$
(6)





*Рис. 6.* Зависимость безразмерных смещений инструмента  $\xi$  (——) и  $\eta$  (——) по осям X и Z от времени t

Собственные частоты инструмента  $f_{nx} = \sqrt{K_x/m}/(2\pi) = 872,2 \ \Gamma$ ц и  $f_{nz} = \sqrt{K_z/m}/(2\pi) = 712,1 \ \Gamma$ ц. Примем коэффициенты демпфирования:  $\zeta_x = 0,05, \ \zeta_z = 0,02$ . Начальные условия: при  $t = 0, \ \xi(0) = 0, \ \dot{\xi}(0) = 0, \ \eta(0) = 0, \ \dot{\eta}(0) = 0.$ 



*Рис.* 7. Спектры сигнала безразмерных смещений инструмента ξ (*a*) и η (*б*) в интервалах времени *t* = 0...0,04 с (—) и *t* = 0,04...0,1 с (—)

Дифференциальные уравнения (6) численно интегрируются в интервале времени (0, 0,1 с).

На рис. 6 показано изменение во времени безразмерных смещений инструмента, где видно, что они имеют колебательный характер. Источником возбуждения являются и периодические врезания зубьев, и регенеративный механизм. В процессе интегрирования уравнений для определения смещений в настоящий момент времени необходимо учитывать положение поверхности, сформированное в период прохождения по ней предыдущего зерна. При этом амплитуда колебаний уменьшается, безразмерные смещения инструмента постепенно стабилизируются.

Необходимо отметить, что в работе не рассматривается взаимодействие связующего материала ШК и материала заготовки, которое возникает при больших амплитудах колебаний.

Чтобы подробно исследовать характеристики спектра безразмерных смещений, разделим сигнал на две части: первую (период врезания) и вторую (установившийся режим) в интервале времени соответственно t = 0...0,04 с и t == 0,04...0,1 с.

На рис. 7 представлены спектры безразмерных смещений инструмента, где видно, что в первой части (синяя кривая) спектр имеет две зоны с пиками: в первой пики близки к собственной частоте системы (~700 Гц), во второй — к частотам врезания зерен при шлифовании (~6 000 Гц). Во второй части сигнала (красная кривая) амплитуда в спектре уменьшается в зоне собственных частот, пики исчезают, остаются только пики на частоте сил врезания при шлифовании. Это означает, что в установившемся режиме шлифования динамический процесс откликается только на частоте прохождения зубьев, т. е. возбуждаются преимущественно вынужденные колебания динамической системы.

В результате расчета можно выделить следующие основные частоты колебаний модели плоского шлифования:

• частота зерна  $f_3 = 1/(T/N) = 159 \ 235,6 \ \Gamma$ ц;

• собственные частоты ШК *f*<sub>nx</sub> = 872,2 Гц, *f*<sub>nz</sub> = = 712,1 Гц;

- частота прохождения ~5 900 Гц;
- основные частоты безразмерных смещений

ШК  $f_1 \approx 700$  Гц (первая часть сигнала),  $f_2 \approx \approx 6\,000$  Гц (вторая часть сигнала).

Сила шлифования представляет собой равнодействующую всех сил резания отдельных зерен. Однако зерна имеют случайные характеристики с заданным распределением, которые оказывают сложное влияние на изменение поверхности контакта и сил шлифования. Это объясняет существование небольшого отклонения между основными частотами установивших смещений инструмента и прохождения зубьев.

Влияние жесткости ШК на колебания при обработке. Исследуем влияние жесткости крепления ШК на поведение системы. Повторим динамические расчеты при различных значе-



*Рис.* 8. Зависимости безразмерных смещений инструмента ξ (—) и η (—) от времени *t* (слева) и их спектры (справа) при различных значениях жесткостей: *a*, *6* — *K*<sub>x</sub> = 45 кН/мм, *K*<sub>z</sub> = 30 кН/мм; *b*, *e* — *K*<sub>x</sub> = 30 кН/мм, *K*<sub>z</sub> = 20 кН/мм; *д*, *e* — *K*<sub>x</sub> = 15 кН/мм, *K*<sub>z</sub> = 10 кН/мм



Рис. 9. Спектральные отображения результатов моделирования при различных значениях жесткости крепления K<sub>x</sub> и угловой скорости вращения ω ШК:  $a - \omega = 100$  pag/c;  $b - \omega = 150$  pag/c;  $b - \omega = 200$  pag/c;  $c - \omega = 250$  pag/c

ниях жесткостей, предполагая, что соотношение  $K_x/K_z = 1,5$  остается постоянным.

На рис. 8 показано изменение во времени безразмерных смещений инструмента и их спектры при жесткости  $K_x = 45, 30, 15 \text{ кH/мм.}$ Из приведенных результатов видно, что при  $K_x = 45 \text{ кH/мм}$  колебания в системе затухают, поведение стабильное. Такой режим дает хорошее качество поверхности. При K<sub>x</sub> = = 30 кН/мм на начальном участке имеет место возрастание амплитуд колебаний, но система устойчива и после короткого переходного процесса выходит на установившийся режим, хотя в переходном режиме амплитуда колебаний достаточно большая. Этот режим можно считать удовлетворительным. При К<sub>x</sub> = 15 кН/мм наблюдаются колебания с большой амплитудой, значение которых превосходит размер зерен, что свидетельствует о неработоспособности данного режима.

Если  $\xi > 1$ ,  $\eta > 1$ , то ШК теряет контакт с заготовкой при больших отклонениях. В случае значительных отрицательных перемещений толщина срезаемого слоя становится больше, чем высота зерен. Для таких режимов в модель взаимодействия необходимо вводить условия ограничения, когда материал заготовки взаимодействует со связующим материалом ШК.

Влияние скорости вращения ШК на колебания системы. Исследуем влияние скорости вращения ШК на спектры колебаний системы при шлифовании. На рис. 9 приведены отображения спектров колебаний при различных значениях скорости вращения и жесткости крепления ШК, где видно, что существуют две зоны с пиками амплитуд  $A_{\xi}$  в зависимости от частоты колебаний. Левая зона лежит в области собственных частот колебаний системы ( $f \approx 700$  Гц), а наличие правой зоны ( $f \approx 6000$  Гц) объясняется возрастанием амплитуд на частотах прохождения зерен.

При увеличении жесткости правая зона имеет тенденцию к возрастанию, т. е. влияние частоты прохождения зерен повышается. При росте угловой скорости вращения  $\omega$  амплитуда колебаний падает из-за того, что подача шлифования  $f_{as}$  уменьшается, при этом также снижаются толщина срезаемого слоя и амплитуда сил резания. При увеличении скорости вращения правые зоны пиков имеют тенденцию к уменьшению, т. е. влияние частоты прохож-

дения зерен становится незначительным. Кроме того, правые зоны пиков смещаются в правую сторону, т. е. частота прохождения зерен растет.

Хотя теоретическое время запаздывания задано как T/N для зерен, их случайная геометрия сильно влияет на частоты в спектре перемещения режущих зубьев. Кроме того, в процессе шлифования в зоне контакта не все зерна контактируют с материалом (см. рис. 4). Влияет также и нелинейность соотношений сил резания от толщины срезаемого слоя. Этим объясняется отсутствие регенеративных колебаний (чаттера) при заданных режимах моделирования процесса шлифования. цесса плоского шлифования. В модели процесс обработки представляется как микрорезание абразивными зернами, случайным образом распределенными по поверхности ШК. Геометрические параметры зерен также имеют случайный характер.

2. В результате моделирования получены текстуры поверхности после обработки, распределение сил резания и динамических отклонений инструмента.

3. Построены их спектральные характеристики. Показано, что в системе возникают вибрации на частотах как внешнего возбуждения (частота прохождения зубьев), так и собственных колебаний упругой динамической системы, характерных для регенеративного источника возбуждения.

### Выводы

 Представлена новая стохастическая модель, позволяющая исследовать динамику про4. Результаты моделирования могут быть использованы при проектировании технологических операций финишной обработки.

### Литература

- [1] Воронов С.А., Ма В. Математическое моделирование процесса плоского шлифования. Проблемы машиностроения и надежности машин, 2017, № 3, с. 12–22.
- [2] Komanduri R. Machining and Grinding: a Historical Review of the Classical Papers. Applied Mechanics Reviews, 1993, vol. 46, pp. 80–132.
- [3] Malkin S., Guo C. Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York, Industrial Press publ., 2008. 320 p.
- [4] Воронов С.А., Киселёв И.А., Ма В., Ширшов А.А. Имитационная динамическая модель процесса шлифования сложнопрофильных деталей. Развитие методов моделирования. Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015, № 5, с. 40–58. URL: http://technomag.edu.ru/jour/article/view/283/285 (дата обращения 09 сентября 2017).
- [5] Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 1579–1593.
- [6] Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. Москва, Машиностроение, 1974. 318 с.
- [7] Кащеев В.Н. Абразивное разрушение твердых тел. Москва, Наука, 1970. 245 с.
- [8] Воронов С.А., Ма В. Стохастическая модель процесса абразивной обработки. Кинематика плоского шлифования. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2017, № 11, с. 69–79.
- [9] Воронов С.А., Ма В. Влияние геометрии абразивного зерна на силы резания при шлифовании. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение, 2017, № 5, с. 52–63.
- [10] Zherebtsov S., Salishchev G., Galeyev R. Mechanical Properties of Ti-6Al-4V Titanium Alloy with Submicrocrystalline Structure Produced by Severe Plastic Deformation. *Materials Transactions*, 2005, vol. 46, no. 9, pp. 2020–2025.

### References

 Voronov S.A., Ma Veidun. Matematicheskoe modelirovanie protsessa ploskogo shlifovaniia [Mathematical modeling of the process of flat grinding]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2017, no. 3, pp. 12–22.

- [2] Komanduri R. Machining and Grinding: a Historical Review of the Classical Papers. Applied Mechanics Reviews, 1993, vol. 46, pp. 80–132.
- [3] Malkin S., Guo C. Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives. New York, Industrial Press publ., 2008. 320 p.
- [4] Voronov S.A., Kiselev I.A., Ma V., Shirshov A.A. Imitatsionnaia dinamicheskaia model' protsessa shlifovaniia slozhnoprofil'nykh detalei. Razvitie metodov modelirovaniia [Numerical Simulation of a Grinding Process Model for the Spatial Work-pieces: Development of Modeling Techniques]. Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana [Science and Education. Bauman MSTU]. 2015, no. 5, pp. 40–58. Available at: http://technomag.edu.ru/ jour/article/view/283/285 (accessed 09 September 2017).
- [5] Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 1579–1593.
- [6] Maslov E.N. *Teoriia shlifovaniia materialov* [Theory of grinding materials]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1974. 318 p.
- [7] Kashcheev V.N. Abrazivnoe razrushenie tverdykh tel [Abrasive destruction of solids]. Moscow, Nauka publ., 1970. 245 p.
- [8] Voronov S.A., Ma V. Stokhasticheskaia model' protsessa abrazivnoi obrabotki. Kinematika ploskogo shlifovaniia [A Stochastic Model of Abrasive Processing. The Kinematics of Flat Grinding]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2017, no. 11, pp. 69–79.
- [9] Voronov S.A., Ma V. Vliianie geometrii abrazivnogo zerna na sily rezaniia pri shlifovanii [Effect of Abrasive Grain Geometry on Cutting Forces in Grinding]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2017, no. 5, pp. 52–63.
- [10] Zherebtsov S., Salishchev G., Galeyev R., Maekawa K. Mechanical Properties of Ti-6Al-4V Titanium Alloy with Submicrocrystalline Structure Produced by Severe Plastic Deformation. *Materials Transactions*, 2005, vol. 46, no. 9, pp. 2020–2025.

Статья поступила в редакцию 10.10.2017

#### Информация об авторах

ВОРОНОВ Сергей Александрович (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: voronov@rfbr.ru).

**МА Вэйдун** (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: 314651368@qq.com).

#### Information about the authors

**VORONOV Sergey Aleksandrovich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: voronov@rfbr.ru).

MA Weidong (Moscow) — Postgraduate, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: 314651368@qq.com).