

УДК 621.923.02

DOI 10.18698/0536-1044-2017-11-68-78

Стохастическая модель процесса абразивной обработки. Кинематика плоского шлифования

С.А. Воронов, Вэйдун Ма, И.С. Воронова

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

A Stochastic Model of Abrasive Processing. The Kinematics of Flat Grinding

S.A. Voronov, Weidong Ma, I.S. Voronova

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

@ e-mail: voronov@rfbr.ru, 314651368@qq.com

i Предложена математическая модель плоского шлифования инструментом, смоделированным в виде диска с распределенными по цилиндрической поверхности абразивными зёрнами со случайными геометрическими характеристиками. Резание моделировалось при кинематически заданном движении инструмента каждым зёрном отдельно. Получена система уравнений, описывающих соотношение между координатами поверхности, срезаемой текущим зёрном, и поверхности, образованной предыдущей режущей кромкой. Проанализировано решение для отдельного зёрна, определены конфигурации поверхности заготовки при нескольких последовательных прохождениях зёрен. Использован массив переменной длины для хранения изменения толщины срезаемого слоя всех зёрен в процессе шлифования. Рассчитаны толщины срезаемого слоя абразивных зёрен, находящихся в зоне контакта шлифовального круга и материала. Исследованы текстуры поверхности, сформированной после прохождения абразивными зёрнами круга, при заданных режимах шлифования. На основе обработки полученных данных вычислена волнистость поверхности. Результаты моделирования могут быть использованы для прогнозирования точности и качества поверхности при шлифовании.

Ключевые слова: моделирование плоского шлифования, кинематика процесса резания, случайные параметры, абразивные зёрна, геометрия обработанной поверхности, волнистость

i The authors propose a mathematical model of flat grinding by a tool modeled as a disc with abrasive grains distributed on the cylindrical surface, with random geometric characteristics. The cutting process is modeled by each grain separately at kinematically defined motion of the tool. A system of equations is obtained that describes the relations between the coordinates of the surface machined by the currently used grain, and the coordinates of the surface formed by the previous grain. The solution for a single grain is analyzed; the configuration of the workpiece surface after multiple subsequent passes is determined. A variable-length array is used to store the variation of all the grains' cutting thickness in the grinding process. The chip thickness of abrasive grains located in the zone of contact between the grinding wheel and the material is calculated. The texture of the surface formed after passes by the abrasive grains of the grinding wheel under pre-defined cutting conditions is evaluated. Based on the data obtained, waviness of the surface is

calculated. The results of the simulation can be used to predict accuracy and quality of the surfaces when grinding.

Keywords: flat grinding simulation, cutting process kinematics, random parameters, abrasive grains, geometry of machined surface, waviness

Шлифование, являющееся методом финишной обработки детали, представляет собой микро-резание материала большим числом зерен, воздействующих друг на друга через обрабатываемую поверхность [1]. Эта операция обеспечивает заданные уровни качества поверхности и точность заготовки в пределах геометрических допусков [2, 3]. Стохастические геометрические характеристики зерен и их случайный характер распределения по поверхностному слою инструмента создают трудности анализа процесса шлифования.

Для моделирования можно рассматривать каждое абразивное зерно как элементарную режущую кромку с отрицательным передним углом резания, взаимодействующую с материалом заготовки. Абразивные зерна и кристаллы синтетического алмаза моделируются как конусные пирамиды, вкрапленные случайным образом в связующий материал шлифовального круга (ШК) [4–6]. В настоящей работе предложена новая модель инструмента для плоского шлифования, в которой ШК представлен в виде диска с абразивными зёрнами со случайно распределенными геометрическими характеристиками.

Цель работы — исследование кинематики движения инструмента при заданных режимах обработки без учета жесткости крепления, а также анализ геометрии обработанной поверх-

ности после срезания материала заготовки отдельными абразивными зёрнами.

Упрощенная модель плоского шлифования с зёрнами, имеющими случайные геометрические характеристики. Введем следующие предположения: 1) абразивные зёрна равномерно расположены по поверхности ШК так, что центральный угол между осями соседних зерен является одинаковым. По ширине ШК зёрна распределены равномерно на нескольких дорожках b , расстояние между которыми принято постоянным (рис. 1). Такой характер распределения при моделировании дает возможность описывать движение системой дифференциальных уравнений с запаздыванием. При этом время запаздывания (время прохождения одного зёрна) $T/N = \text{const}$ (T — период вращения ШК, N — количество зерен на дорожке); 2) все зёрна обладают случайными геометрическими характеристиками (рис. 2) — высотой h_0 , конусным углом θ и углом рыскания α относительно радиального направления в плоскости, перпендикулярной дорожке. Вершины зерен округлены радиусом 10 мкм.

Исходные данные упрощенной модели плоского шлифования:

- угловая скорость ШК $\omega = 150$ рад/с;
- скорость подачи $V_w = 250$ мм/с;
- радиус ШК $r_s = 105$ мм;

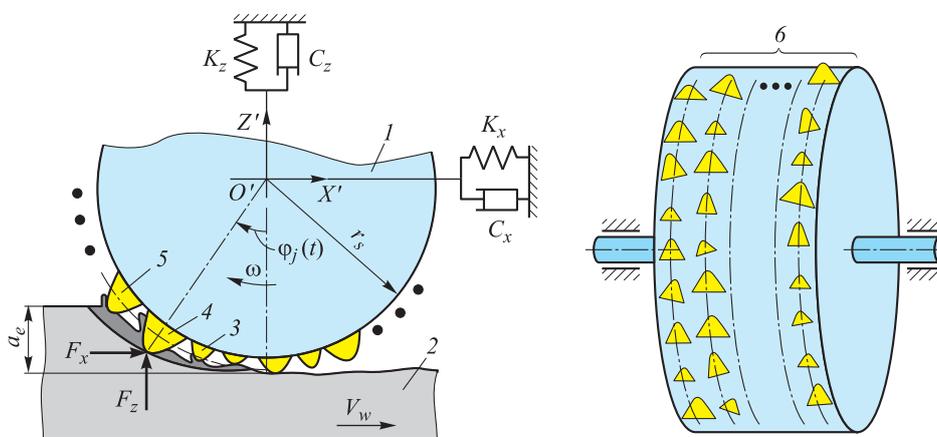


Рис. 1. Схема упрощенной модели шлифования с зёрнами, имеющими случайные геометрические характеристики:

1 — ШК; 2 — заготовка; 3 — $(j + 1)$ -е зерно; 4 — j -е зерно; 5 — $(j - 1)$ -е зерно; 6 — дорожки; C_x, C_z и K_x, K_z — демпфирования и приведенные жесткости крепления инструмента в направлении осей X и Z

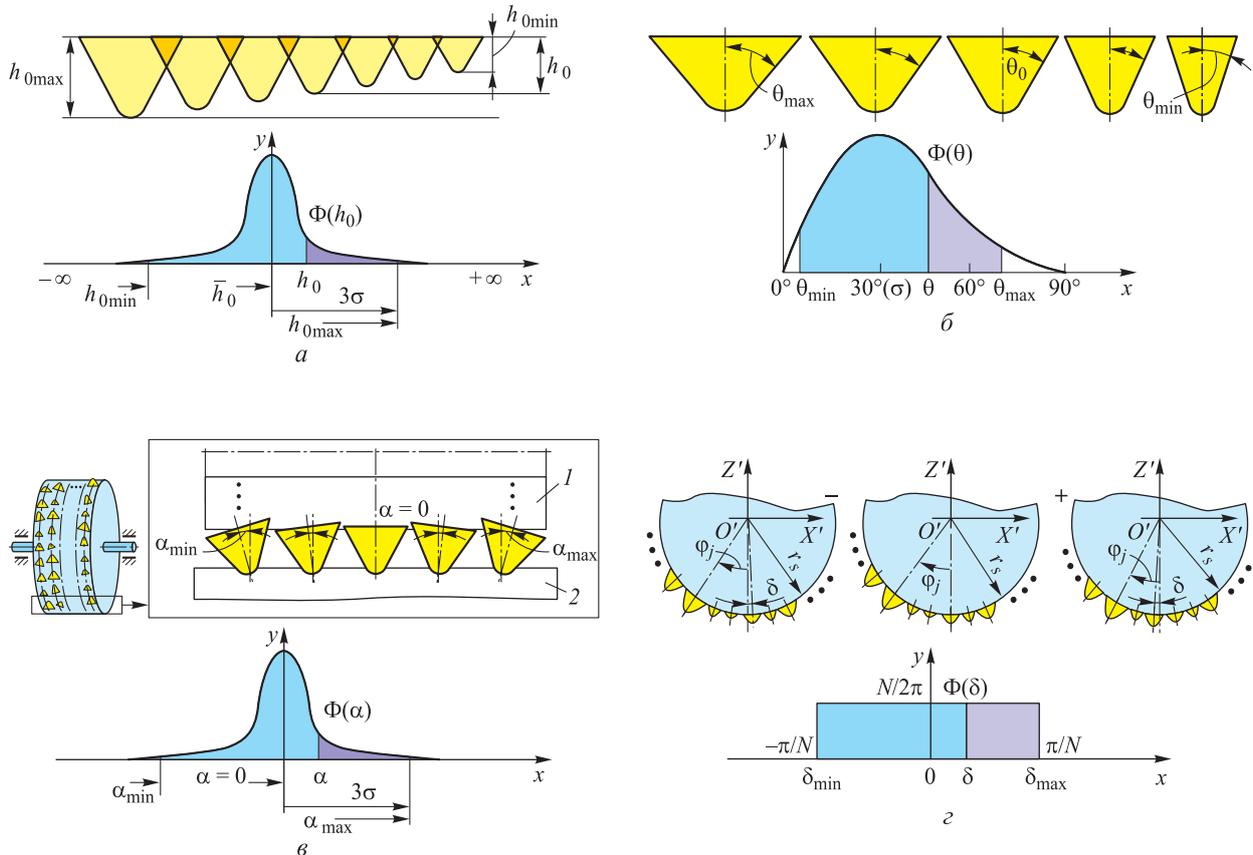


Рис. 2. Схемы распределения и графики функции вероятности для разных параметров: а — высоты зерен h_0 ; б — конусного угла зерен θ ; в — угла рыскания зерен α (1 — ШК; 2 — заготовка); г — углового смещения расположения зерен дорожки δ

- глубина резания $a_e = 0,2$ мм;
- ширина ШК $b = 5$ мм;
- количество дорожек $N^* = 50$;
- количество зерен на дорожке $N = 5\ 000$;
- количество зерен в зоне контакта на одной дорожке

$$n = \frac{\arccos [(r_s - a_e)/r_s]}{2\pi} N \approx 49.$$

Стохастические геометрические характеристики и распределение абразивных зерен. Для ШК, как правило, задаются номинальные геометрические параметры плотности распределения и размеров зерен, которые можно использовать при моделировании. Распределение размеров зерен обычно имеет случайный характер и соответствует нормальному закону, применяемому при стохастическом подходе в процессе моделирования сил резания [7].

Высота зерен. Предполагаем, что высота зерна описывается законом нормального случайного распределения, как показано на рис. 2, а. Функцию распределения этой случай-

ной величины можно записать через интеграл Римана следующим образом [8]:

$$\Phi(h_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{h_0} \exp\left(-\frac{(h_0 - \bar{h}_0)^2}{2\sigma^2}\right) dx,$$

где $\sigma = (h_{0max} - h_{0min})/6$ — среднеквадратическое отклонение распределения, h_{0max} и h_{0min} — максимальное и минимальное значение высоты зерна; \bar{h}_0 — математическое ожидание высоты зерна.

Конусный угол зерен. Конусный угол зерна θ по существу является передним углом режущего клина γ с обратным знаком. Будем считать, что передний угол представляет собой сильно асимметричное распределение с максимальной вероятностью, близкой к $\gamma = -30^\circ$, которое хорошо описывается с помощью распределения Рэля [9]. Некоторые исследователи для этих случаев также применяют распределение Стьюдента [10] или Вейбулла [11].

Используем для конусного угла режущей кромки зерен распределение Рэля, для которого функция распределения имеет вид

$$\Phi(\theta) = 1 - \exp\left(-\frac{\theta^2}{2\sigma^2}\right), \quad \theta \geq 0,$$

где σ — масштабный параметр, при $\theta = \sigma$ плотность вероятности достигает максимального значения. Распределение вероятности конусно-угла зерен θ показано на рис. 2, б.

Угол рыскания зерен. Предполагаем, что угол рыскания зерна α изменяется по нормальному закону (см. рис. 2, в), описываемому функцией распределения

$$\Phi(\alpha) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\alpha} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{2\sigma^2}\right) dx,$$

где $\sigma = (\alpha_{\max} - \alpha_{\min})/6$ — среднеквадратическое отклонение распределения, α_{\max} и α_{\min} — максимальное и минимальное значение угла рыскания.

Принимаем, что случайные геометрические характеристики зерен h_0 , θ и α являются независимыми. Следовательно, корреляционные моменты $K_{h\theta} = 0$, $K_{\theta\alpha} = 0$, $K_{h\alpha} = 0$.

Угловое смещение расположения зерен. Хотя зерна равномерно распределены на каждой дорожке, в данной модели введено угловое смещение между дорожками. Предполагаем, что угловое смещение каждой дорожки δ изменяется по закону равномерного распределения (см. рис. 2, г). Тогда его функция распределения имеет вид

$$\Phi(\delta) = \begin{cases} 0, & \delta < -\pi/N; \\ \frac{\delta + \pi/N}{2\pi/N}, & -\pi/N \leq \delta \leq \pi/N; \\ 1, & \delta > \pi/N, \end{cases}$$

где $-\pi/N = \delta_{\max}$ — максимальное угловое смещение дорожки; $\pi/N = \delta_{\min}$ — минимальное угловое смещение дорожки.

Дисперсия $\sigma^2 = (2\pi/N)^2/12$.

Таблица 1

Параметры для случайного распределения зерен

Параметр	Закон распределения	Min	Max	Математическое ожидание	Среднеквадратическое отклонение σ
h_0 , мкм	Нормальный	50	110	80	10
θ , град	Рэля	5	70	37,59	19,65
α , град	Нормальный	-30	30	0	10
δ , град	Равномерный	-0,036	0,036	0	0,021

Параметры для случайного распределения зерен приведены в табл. 1, где Min и Max — их максимальное и минимальное значение.

Формирование новых поверхностей заготовки i -й дорожки. Процесс шлифования моделируем как плоскую систему, имеющую две ортогональные степени свободы (см. рис. 1). Силы резания, возникающие при врезании в материал заготовки, представим в виде составляющих по направлению подачи $X (F_x)$ и по нормали $Z (F_z)$, возбуждающих динамические смещения. При моделировании угловые колебания ШК не рассматриваем, т. е. угловая скорость ω постоянна (не изменяется вследствие вибрации).

Чтобы анализировать влияние резания предыдущего зерна на текущее, выберем j -е и $(j - 1)$ -е зерна на i -й дорожке (рис. 3, а), находящиеся в контакте ШК и заготовки в моменты времени t (оранжевый цвет) и $t - T/N$ (желтый цвет).

Для описания процесса резания $(j - 1)$ -го и j -го зерен введены следующие системы координат:

- $OXYZ$ — неподвижная, связанная с заготовкой;
- $O'X'Y'Z'$ — подвижная, с началом координат в точке O' , находящейся в теоретическом центре ШК; движущаяся из точки (X_0, Z_0) , соответствующей $t = 0$, по направлению $-Z$ со скоростью подачи $|V_w|$; подача отдельного зерна $f_{as} = V_w T/N$;
- (ρ, θ) — полярная, с началом координат в точке O'' , расположенной в фактическом центре ШК; зависящая от положения теоретического центра O' , перемещающаяся из точки $(X'_{0''}(t), Z'_{0''}(t))$; координатами точки O'' в системе $O'X'Y'Z'$ являются $(X'_{0''}(t), Z'_{0''}(t))$.

Преобразование системы координат $OXYZ$ в систему $O'X'Y'Z'$ осуществляется с помощью выражений

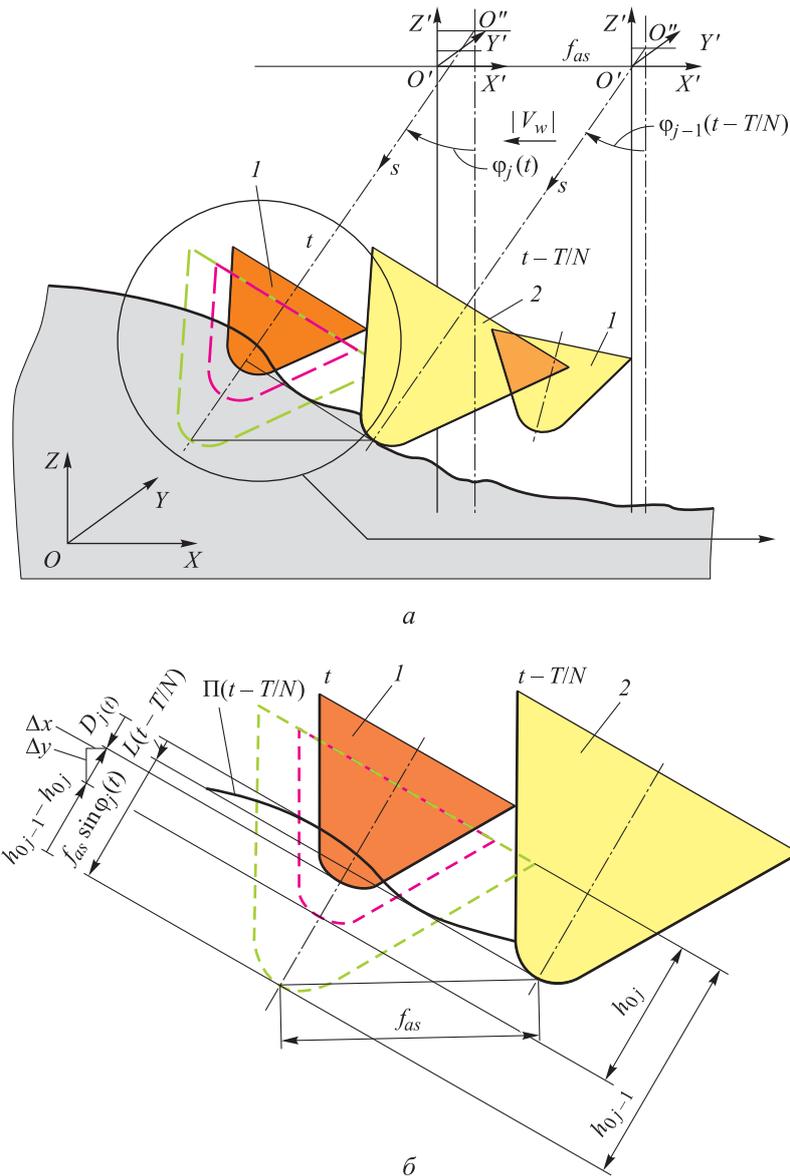


Рис. 3. Схемы:

- а* — к определению положения при резании $(j-1)$ -го и j -го зерен на i -й дорожке в моменты времени t и $(t-T/N)$;
б — к геометрическому анализу толщины срезаемого слоя j -го зерна с учетом влияния предыдущей режущей кромки $(j-1)$ -го зерна на i -й дорожке; 1 — j -е зерно; 2 — $(j-1)$ -е зерно; s — подача

$$\begin{cases} X' = X - X_{O'} + V_w t; \\ Z' = Z - Z_{O'}. \end{cases}$$

Полярная (ρ, θ) и прямоугольная $OXYZ$ системы координат связаны следующим образом:

$$\begin{cases} \rho = \left\{ [X - (X_{O'} - V_w t + X_{O'}(t))]^2 + \right. \\ \left. + [Z - (Z_{O'} + Z_{O'}(t))]^2 \right\}^{1/2}; \\ \theta = -\frac{\pi}{2} - \arctg \left[\frac{X - (X_{O'} - V_w t + X_{O'}(t))}{Z - (Z_{O'} + Z_{O'}(t))} \right]. \end{cases}$$

Для j -го зерна полярный угол $\theta_j(t) = -\varphi_j(t) - \pi/2$. На рис. 3, б показаны геометрические соотношения для формирования новой поверхности.

Динамические перемещения в радиальном направлении для вращающегося j -го зерна в полярной системе координат определяются соотношением

$$v_j = \Delta x \sin \varphi_j + \Delta z \cos \varphi_j,$$

где φ_j — мгновенный угол погружения j -го зерна на i -й дорожке, измеряемый по ходу часовой стрелки от нормальной оси Z . Угол погружения изменяется во времени как

$$\varphi_j(t) = \delta_i + \frac{2\pi}{N}(n-j) + \omega t$$

при вращении ШК с угловой скоростью ω .

Систему уравнений, описывающих формирование новых поверхностей, запишем в виде

$$\begin{cases} D_j(t) = [L(t - T/N) + V_w(T/N) \sin \varphi_j(t) - \\ \quad - \Delta x \sin \varphi_j(t) - \Delta z \cos \varphi_j(t) - \\ \quad - (h_{0j-1} - h_{0j})] g(\varphi_j(t)); \\ h_{cij}(t) = \max[0, D_j(t)]; \\ \Pi(t) = Trend[\Pi(t - T/N) - h_{cij}(t)]; \\ L(t) = 0, \quad t \leq 0; \\ g(\varphi_j(t)) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varphi_j(t) \leq \varphi_{ex}; \\ 0, & otherwise, \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

где $D_j(t)$ — расстояние от режущих кромок до необработанной поверхности, состоящей из статической $L(t - T/N) + V_w(T/N) \sin \varphi_j(t)$, динамической $v_j = \Delta x \sin \varphi_j + \Delta z \cos \varphi_j$ и геометрической $h_{0j-1} - h_{0j}$ частей; $L(t)$ — отклонение

поверхности заготовки в полярной системе координат в настоящий момент времени t ; h_{0j-1} и h_{0j} — высота $(j - 1)$ -го и j -го зерна; $h_{cij}(t)$ — толщина срезаемого слоя j -го зерна в момент времени t ; $\max[0, D_j(t)]$ — функция, которая равна максимальному из двух аргументов в скобках: 0 и $D_j(t)$, т. е. толщина резания может быть только положительной; $\Pi(t)$ — конфигурация поверхности, для которой в программной среде MATLAB создается информационный банк; $Trend[\Pi(t - T/N) - h_{cij}(t)]$ — функция, интерполирующая значения по точкам, заданным в массиве; $g(\varphi_j(t))$ — единичная функция, определяющая, находится ли j -е зерно в зоне контакта, φ_{ex} — угол выхода зерна из погружения в материале.

Кинематика без учета смещений, возникающих вследствие вибрации. Для моделирования используем метод Монте-Карло, который представляет собой численный метод, основанный на получении большого числа реализаций стохастического процесса. Вероятностные характеристики результатов расчета определяются путем их статистической обработки.

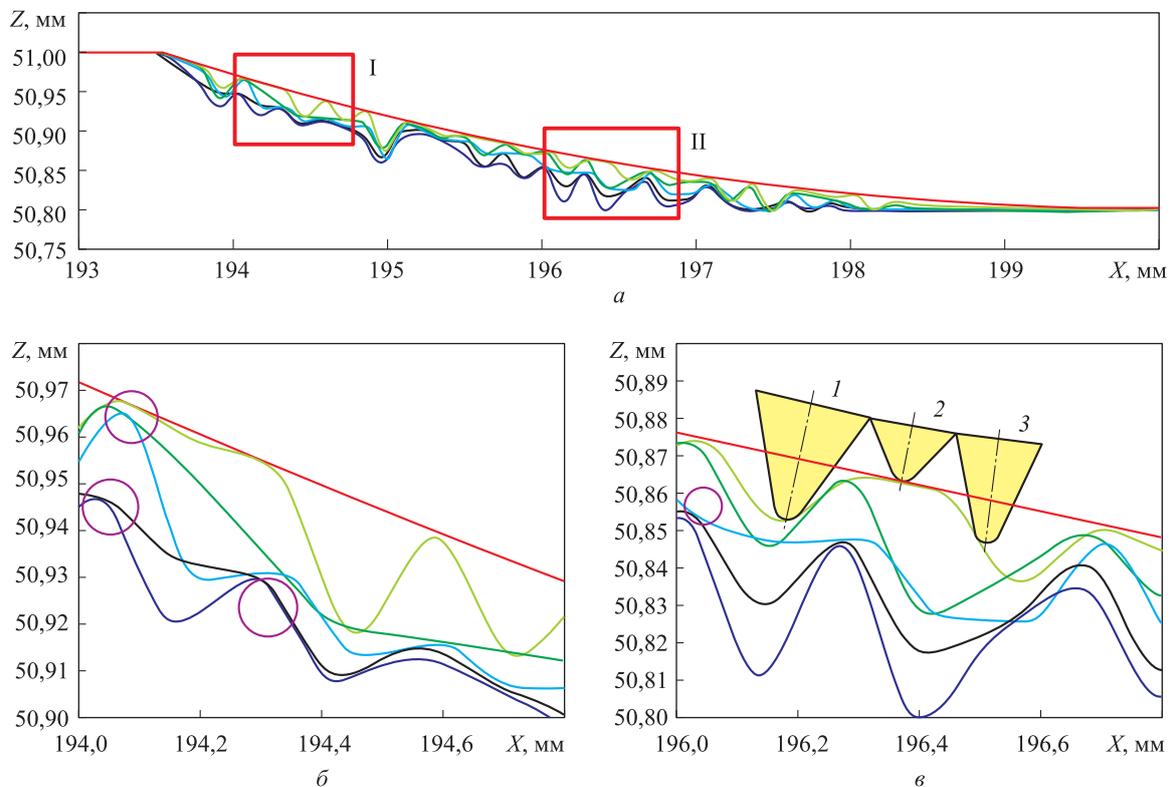


Рис. 4. Конфигурации поверхности заготовки без учета вибрации в интервале времени $t = 0 \dots 5T/N$ (а) и увеличенное изображение фрагментов I (б) и II (в):
1 — $(j - 1)$ -е зерно; 2 — j -е зерно; 3 — $(j + 1)$ -е зерно

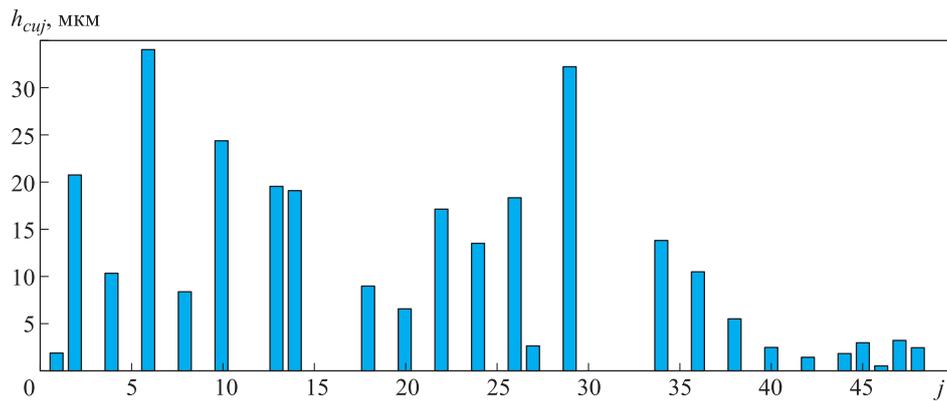


Рис. 5. Значения толщины срезаемого слоя j -го зерна для i -й дорожки без учета вибрации в момент времени $t = T/N$

Анализ решения для i -й дорожки. Введем следующие предположения: при $t = 0$ координаты центра ШК в системе координат $OXYZ$ $(X_{O'}(0), Z_{O'}(0)) = (200, 155, 8)$, мм; $L(0) = 0$. В случае большой жесткости упругой системы инструмент–деталь смещениями, вызванными вибрацией, можно пренебречь. Решение системы уравнений (1) получим при условиях $\Delta x = 0$, $\Delta z = 0$.

На рис. 4, а представлены поверхности заготовки после прохождения зерен в интервале времени $t = 0 \dots 5T/N$ без учета смещения, вызванного вибрацией (красной линией показана начальная поверхность в исходном положении, а цветными — траектории последова-

тельных проходов зерен). На рис. 4, б и в приведены увеличенные участки формирования поверхности вблизи зон I и II, из которых видно, что существует несколько областей (выделены фиолетовыми окружностями), где смежные поверхности пересекаются. Это означает, что в этой точке $h_{cij} = 0$, т. е. текущее зерно не внедряется в материал детали.

На рис. 5 условно приведены мгновенные толщины срезаемого слоя j -го зерна для i -й дорожки без учета вибрации, где видно, что для нескольких зерен $h_{cij} = 0$, следовательно, они не срезают материал заготовки в процессе шлифования в момент времени $t = T/N$.

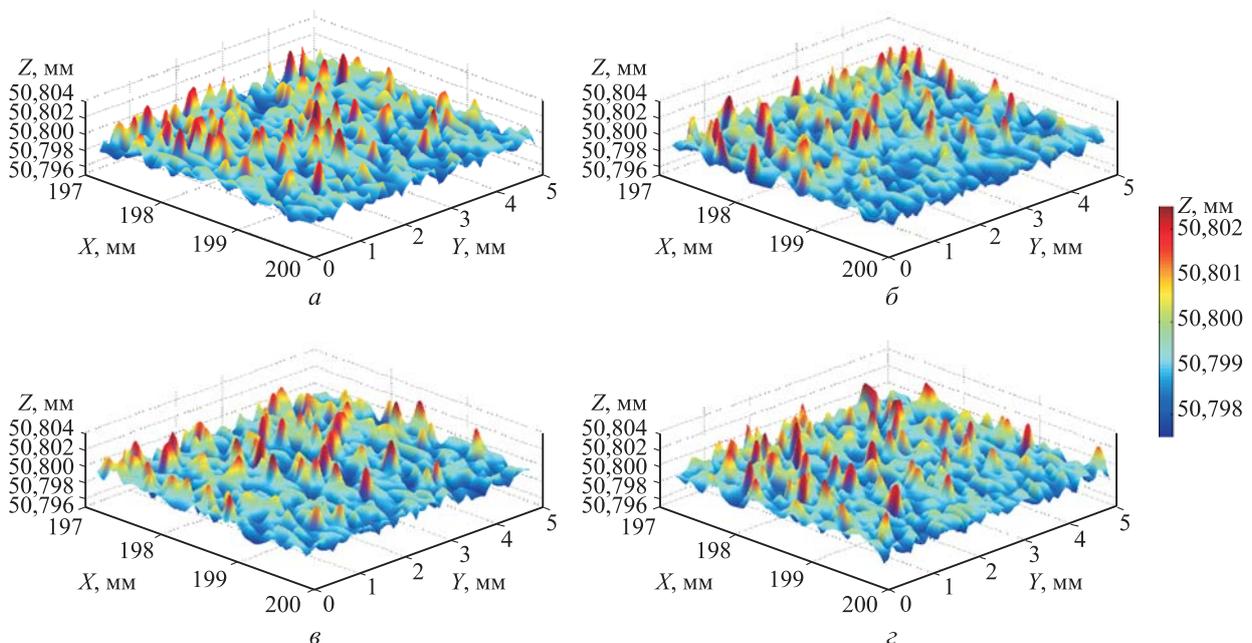


Рис. 6. Текстуры обработанной поверхности заготовки для четырех комбинаций (а–г) случайным образом выбранных параметров расположения зерен при моделировании без учета вибраций ШК в момент времени $t = 100T/N$

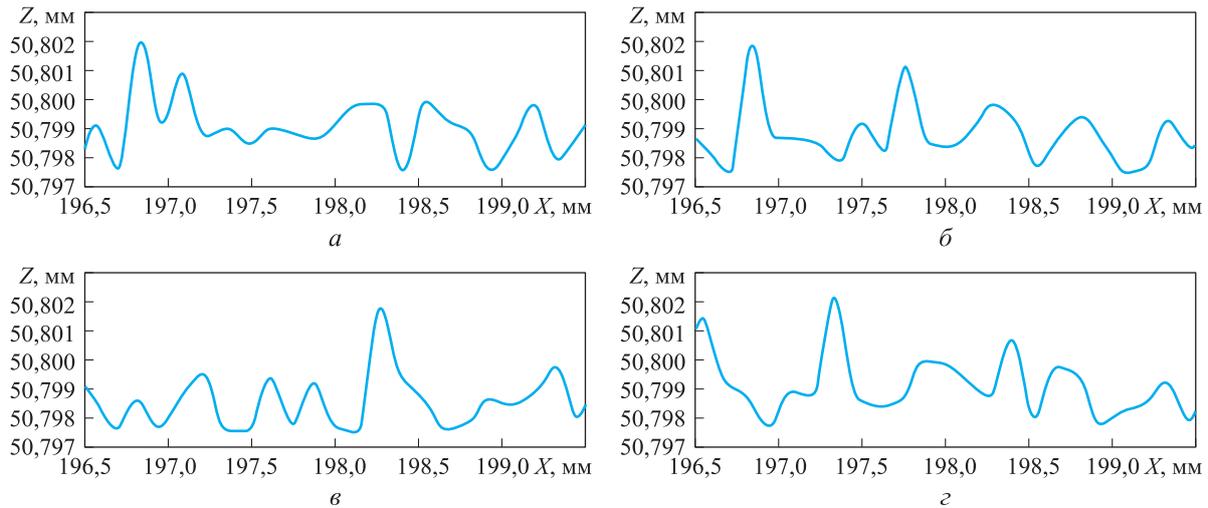


Рис. 7. Изменение геометрических параметров обработанной поверхности заготовки при моделировании без учета вибраций ШК в момент времени $t = 100T/N$ для разных дорожек: а — $i = 10$; б — $i = 20$; в — $i = 30$; г — $i = 40$

Результаты моделирования для всех дорожек.

Повторим алгоритм вычисления поверхности для i -й дорожки, изменяя i от 1 до 50, и определим конфигурацию поверхности заготовки для 50 дорожек. С помощью операции трехмерной интерполяции в программной среде MATLAB можно получить текстуры обработанной поверхности заготовки без учета вибрации для разных случайным образом выбранных параметров расположения зерен, как показано на рис. 6.

Согласно результатам моделирования топографической картины поверхности, на ней присутствуют пики и долины разного размера. На основе обработки данных моделируемой поверхности можно рассчитать волнистость поверхности (рис. 7).

На рис. 7 приведены увеличенные изображения обработанной поверхности для четырех дорожек ($i = 10, 20, 30, 40$) без учета вибраций ШК в момент времени $t = 100T/N$, а в табл. 2 — статистические характеристики, позволяющие

оценить ее волнистость: Mean — среднее значение координаты Z поверхности, определяющее среднюю линию профиля; Max и Min — максимальное и минимальное значение координаты Z поверхности; Ra — среднее арифметическое отклонение профиля; S — средний шаг неровностей профиля по вершинам в пределах базовой длины; S_m — средний шаг неровностей профиля в пределах базовой длины.

Параметр Ra вычисляется как среднее арифметическое абсолютных значений отклонений профиля Z в пределах базовой длины l :

$$Ra = \frac{1}{l} \int_0^l |z_i(x)| dx,$$

где z_i — отклонение профиля, представляющее собой расстояние между любой точкой профиля и средней линией, измеренное по нормали, проведенной к средней линии через эту точку.

Значение Ra характеризует высоту неровностей профиля. Не менее важным параметром является средний шаг неровностей профиля по

Таблица 2

Параметры волнистости обработанной поверхности без учета вибрации

Номер дорожки i	Mean, мм	Max, мм	Min, мм	Ra , мкм	S , мм	S_m , мм
10	50,7990	50,8021	50,7976	0,6448	0,3651	0,2361
20	50,7988	50,8019	50,7975	0,5887	0,4162	0,2468
30	50,7987	50,8018	50,7960	0,6229	0,3976	0,2636
40	50,7991	50,8022	50,7977	0,7185	0,4672	0,2454

вершинам (между вершинами характерных неровностей) в пределах базовой длины,

$$S = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} S_i,$$

где S_i — шаг неровностей соседних вершин; n_0 — число шагов в пределах базовой длины.

Средний шаг неровностей профиля в пределах базовой длины определяется выражением

$$S_m = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} S_{mi},$$

где S_{mi} — шаг неровностей, определяемый длиной отрезка средней линии, ограниченной точками пересечения этой линии одноименных сторон соседних неровностей [12].

В данной работе используем двухмерный массив (i, j) для обозначения всех зерен на по-

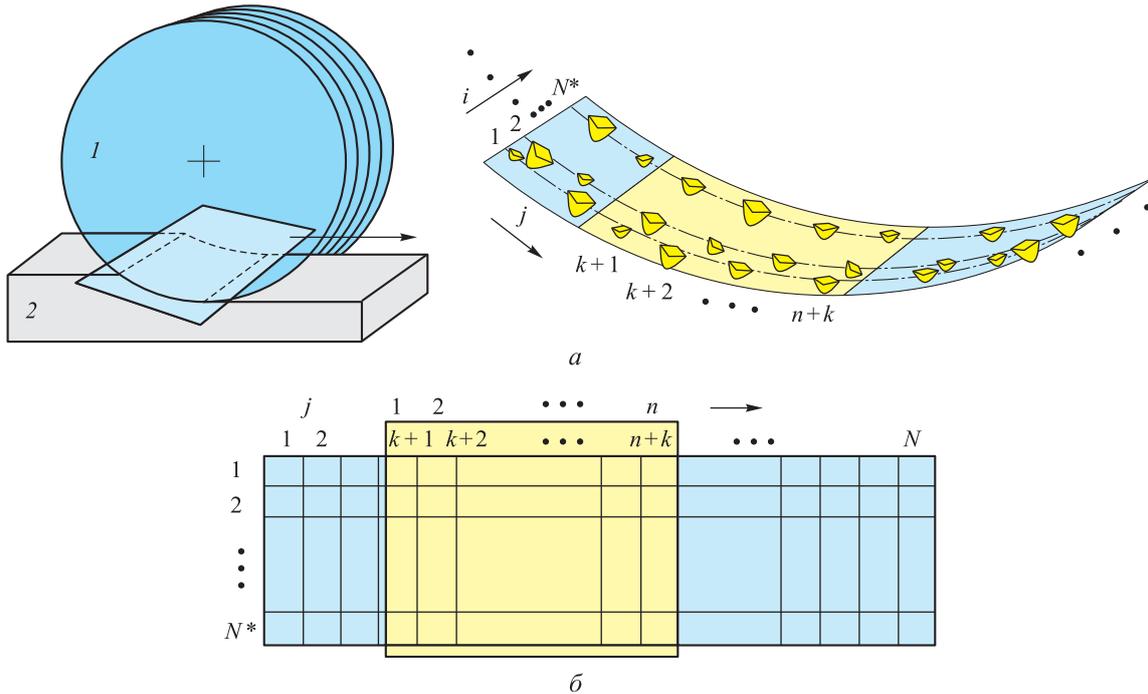


Рис. 8. Схемы в момент времени $t = kT/N$:

a — нумерации зерен (1 — ШК; 2 — заготовка); b — хранилища толщины срезаемого слоя $h_{cuij}(t)$ при k -м проходе зерна

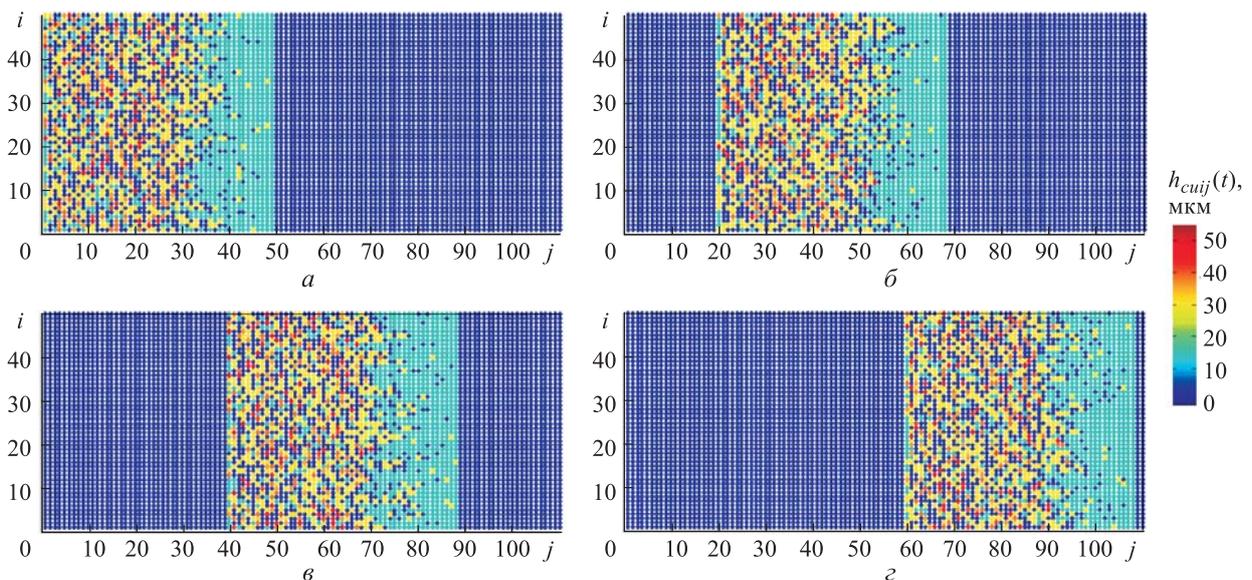


Рис. 9. Изменение толщины срезаемого слоя $h_{cuij}(t)$ для j -го зерна на i -й дорожке без учета вибрации в разные моменты времени:

$a - t = T/N$; $б - t = 20T/N$; $в - t = 40T/N$; $г - t = 60T/N$

верхности ШК, i — номер дорожки на ШК ($i = 1, \dots, N^*$). Предполагаем, что при $t = 0$ первое зерно находится в зоне контакта, его номер $j = 1$. Будем нумеровать все зерна, передвигаясь против хода часовой стрелки, т. е. в момент времени $t = kT/N$ (k — номер прохода зерна), нумерация зерен будет такой, как показано на рис. 8.

Кроме того, используем переменный массив $h_{cij}(t)$, в который запишем изменение толщины срезаемого слоя всех зерен в процессе шлифования (см. рис. 8). При k -м проходе зерна сохраним толщины срезаемого слоя зерен в зоне контакта ($N^* \times n$) в массиве h_{cij} в ячейках с индексами $N^* \times (k + 1, \dots, n + k)$ в k -м сечении массива $h_{cij}(t)$ (желтая область), а остальные элементы в k -м сечении равны нулю (синяя область).

На рис. 9 показано изменение толщины срезаемого слоя для j -го зерна на i -й дорожке $h_{cij}(t)$ в разные моменты времени t ($T/N, 20T/N, 40T/N, 60T/N$) без учета вибрации, цветом обозначены значения толщины срезаемого слоя.

Как видно из рис. 9, для разных номеров зерен при изменении толщины срезаемого слоя во времени имеет место движение волнового типа, совпадающее с процессом метаболизма зерен в

зоне контакта (передние зерна выходят из зоны контакта, а задние входят в нее). Существует несколько зерен, которые хотя и находятся в зоне контакта, но их толщины $h_{cij} = 0$. Это означает, что они не срезают материал заготовки. У зерен, которые в начальный момент времени были в контакте (около 20 шт.), толщина срезаемого слоя невелика, и после нескольких проходов она имеет случайное распределение.

Выводы

1. Представлена новая стохастическая модель, позволяющая исследовать кинематику плоского шлифования. В модели процесс обработки представлен как микрорезание абразивными зернами, случайным образом распределенными по поверхности ШК. Геометрические параметры зерен также имеют случайный характер.

2. При моделировании получены текстуры поверхности после абразивной обработки, по которым определены параметры ее волнистости.

3. Результаты моделирования могут быть использованы при проектировании технологических операций финишной обработки для прогнозирования точности и качества поверхности.

Литература

- [1] Воронов С.А., Ма Вэйдун. Математическое моделирование процесса плоского шлифования. *Проблемы машиностроения и надежности машин*, 2017, № 4, с. 85–94.
- [2] Komanduri R. Machining and Grinding: a Historical Review of the Classical Papers. *Applied Mechanics Reviews*, 1993, vol. 46, pp. 80–132.
- [3] Malkin S., Guo C. *Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives*. New York, Industrial Press Publ., 2008. 320 p.
- [4] Zhen Bing Hou, Komanduri R. On the mechanics of the grinding process – Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 1579–1593.
- [5] Маслов Е.Н. *Теория шлифования материалов*. Москва, Машиностроение, 1974. 318 с.
- [6] Кащеев В.Н. *Абразивное разрушение твердых тел*. Москва, Наука, 1970. 245 с.
- [7] Кремень З.И., Юрьев В.Г., Бабошкин А.Ф. *Технология шлифования в машиностроении*. Санкт-Петербург, Политехника, 2007. 423 с.
- [8] Кренделл С. *Случайные колебания*. Москва, Мир, 1967. 356 с.
- [9] Hecker R., Liang S.Y. Predictive modeling of surface roughness in grinding. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 755–761.
- [10] Holtermann R., Schumann S. Modelling, Simulation and experimental investigation of chip formation in internal traverse grinding. *Production Engineering Research and Development*, 2013, vol. 7(2), pp. 251–263.
- [11] Stepien P. A probabilistic model of the grinding process. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, vol. 33(10), pp. 3863–3884.
- [12] ГОСТ 2789–73. *Шероховатость поверхности. Параметры, характеристики и обозначения*. Введен 1975–01–01. Москва, Изд-во стандартов, 1973. 10 с.

References

- [1] Voronov S.A., Ma Veidun. Matematicheskoe modelirovanie protsessa ploskogo shlifovaniia [Mathematical modeling of the process of flat grinding]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin* [Journal of Machinery Manufacture and Reliability]. 2017, no. 4, pp. 85–94.
- [2] Komanduri R. Machining and Grinding: a Historical Review of the Classical Papers. *Applied Mechanics Reviews*, 1993, vol. 46, pp. 80–132.
- [3] Malkin S., Guo C. *Grinding Technology: Theory and Applications of Machining with Abrasives*. New York, Industrial Press publ., 2008. 320 p.
- [4] Hou Z.B., Komanduri R. On the mechanics of the grinding process – Part I. Stochastic nature of the grinding process. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 1579–1593.
- [5] Maslov E.N. *Teoriia shlifovaniia materialov* [Theory of grinding of materials]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1974. 318 p.
- [6] Kashcheev V.N. *Abrazivnoe razrushenie tverdykh tel* [Abrasive destruction of solid bodies]. Moscow, Nauka publ., 1970. 245 p.
- [7] Kremen' Z.I., Iur'ev V.G., Baboshkin A.F. *Tekhnologiia shlifovaniia v mashinostroenii* [Grinding technology in mechanical engineering]. Sankt-Petersburg, Politekhnik publ., 2007. 423 p.
- [8] Crandall S.H. *Random Vibration*. Moscow, Mir publ., 1967. 356 p.
- [9] Hecker R., Liang S.Y. Predictive modeling of surface roughness in grinding. *International journal of machine tools & manufacture*, 2003, vol. 43, pp. 755–761.
- [10] Holtermann R., Schumann S., Menzel A., Biermann D. Modelling, Simulation and experimental investigation of chip formation in internal traverse grinding. *Production Engineering Research and Development*, 2013, vol. 7(2–3), pp. 251–263.
- [11] Stepien P. A probabilistic model of the grinding process. *Applied Mathematical Modelling*, 2009, vol. 33(10), pp. 3863–3884.
- [12] GOST 2789–73. *Sherokhovatost' poverkhnosti. Parametry, kharakteristiki i oboznacheniiia* [State Standard 2789–73. The roughness of the surface. Parameters, characteristics and identification]. Moscow, Standartinform publ., 1970. 10 p.

Статья поступила в редакцию 28.08.2017

Информация об авторах

ВОРОНОВ Сергей Александрович (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: voronov@rfbr.ru).

ВЭЙДУН Ма (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: 314651368@qq.com).

ВОРОНОВА Ирина Сергеевна (Москва) — старший преподаватель кафедры «Инженерная графика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: voronovais@yandex.ru).

Information about the authors

VORONOV Sergey Aleksandrovich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: voronov@rfbr.ru).

WEIDONG Ma (Moscow) — Postgraduate, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: 314651368@qq.com).

VORONOVA Irina Sergeevna (Moscow) — Senior Lecturer, Engineering Graphics Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: voronovais@yandex.ru).