

# Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК 629.1.073

DOI 10.18698/0536-1044-2017-10-25-33

## Математическая модель прямолинейного качения эластичного колеса по неровному деформируемому опорному основанию

Н.С. Вольская, М.М. Жилейкин, А.Ю. Захаров

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## A Mathematical Model of Rectilinear Rolling of Elastic Wheels on an Uneven Deformable Support Base

N.S. Volskaya, M.M. Zhileykin, A.Yu. Zakharov

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: volskaja52@mail.ru, jileykin\_m@mail.ru, zakharov-al@mail.ru



В настоящее время существует техническая, экономическая и социальная потребность в создании и использовании транспортных средств на пневмоколесных движителях, в том числе сверхнизкого давления, для освоения районов Севера и Северо-Востока России. Наша страна не располагает необходимым парком энергоэффективных машин высокой проходимости, поэтому прогнозирование проходимости колесной техники по опорной поверхности со слабыми несущими свойствами является актуальной задачей. Разработана математическая модель прямолинейного качения эластичного колеса по неровному деформируемому опорному основанию, учитывающая деформацию пятна контакта и изменение направления радиальной и тангенциальной реакций. Методами имитационного моделирования доказана работоспособность созданной математической модели.

**Ключевые слова:** качение эластичного колеса, деформируемое опорное основание, деформация пятна контакта, радиальная и тангенциальная реакции



Currently, there are technical, economic and social needs to develop and utilize vehicles with pneumatic propulsion, including those of ultra-low pressure, for the development of northern and north-eastern parts of Russia. In Russia, the fleet of energy efficient vehicles of high passability is insufficient, therefore the task of predicting the off-road ability of wheeled vehicles on a surface with poor load-bearing properties is relevant. The authors developed a mathematical model of rectilinear rolling of an elastic wheel on an uneven deformable support base, taking into account the deformation of the contact patch and the change in the direction of the radial and tangential reactions. The efficiency of the developed mathematical model was proved by simulation methods.

**Keywords:** elastic wheel rolling, deformable support base, contact patch deformation, radial and tangential reactions

Одним из основных направлений экономического развития России было и должно оставаться ускоренное развитие районов Севера и Северо-Востока, занимающих более 60 % территории страны. Дальнейшее освоение этих районов требует новых подходов и технологий для решения транспортно-технологических задач при перемещении грузов и людей в условиях бездорожья. При этом движение транспортно-технологических машин не только затруднено, но в ряде случаев невозможно.

Существующие модели колесных, гусеничных и роторно-винтовых машин не отвечают поставленным функциональным требованиям, а также требованиям эффективности, надежности и экологичности движителей при эксплуатации в северных регионах страны со слабонесущими опорными поверхностями. Таким образом, имеется техническая, экономическая и социальная потребность в создании и использовании транспортных средств на пневмоколесных движителях, в том числе сверхнизкого давления, удовлетворяющих этим требованиям.

В настоящее время наша страна не располагает необходимым парком энергоэффективных машин высокой проходимости. Серийно выпускаемая вездеходная техника, выполненная по старым традиционным схемам, не соответствует требованиям, определяющим эффективность и экологичность ее движителей в сложных природно-климатических условиях. В связи с этим прогнозирование проходимости колесных машин (КМ) по опорной поверхности со слабыми несущими свойствами является актуальной задачей [1, 2].

Одним из основных методов прогнозирования проходимости является имитационное моделирование движения КМ в различных условиях эксплуатации, основанное на математических моделях взаимодействия эластичной шины с деформируемыми неровностями опорного основания.

Установлено [3, 4], что на опорно-тяговую проходимость КМ влияют как деформативные свойства шин, так и физико-механические характеристики грунта: нормальный прогиб шины и глубина колеи; изменение площади опорного пятна контакта в зависимости от нагрузки и давления воздуха в шине; наличие гистерезисных потерь в материале шины, которые влияют на сопротивление качению, обусловленное трением в пятне контакта о почву; со-

здание касательных реакций почвы по всей площади контакта.

Наряду с определением зависимостей для описания процессов нагрузка–деформирование дорожного полотна и нагрузка–деформирование движителя не менее важной задачей является выбор модели расчета вертикальных деформаций грунта при контакте с пневматической шиной. Правильность выбора типа и вида аппроксимационной зависимости во многом определяет качественную и количественную стороны общего решения задачи контактного взаимодействия эластичного движителя с деформируемым дорожным полотном [5].

На сегодняшний день сформированы два основных направления теоретического исследования взаимодействия движителей с грунтом: аналитический метод, предусматривающий математическое описание изучаемого процесса [6–8], и метод конечных элементов (МКЭ), основанный на компьютерном моделировании [9–11]. В области исследования взаимодействия колесных движителей с грунтом аналитический метод нашел широкое применение. Разработанные математические модели взаимодействия шины с грунтом позволяют решать различные задачи. Эти модели используют при исследовании как процессов взаимодействия одиночного колесного движителя с грунтовым массивом, так и динамических моделей мобильных машин, эксплуатируемых в специфических дорожно-грунтовых и климатических условиях. К самым значимым недостаткам таких моделей относится описание взаимодействия колеса с ровным деформируемым основанием, в то время как профиль реальной опорной поверхности имеет большую высоту неровностей, соизмеримую с радиусом колеса.

Изучение процессов, протекающих в грунтовой массе при воздействии колесного движителя, с помощью МКЭ является относительно новым методом, получившим в последнее время наибольшее распространение. МКЭ лучше других методов обеспечен численными процедурами исследования математических моделей объектов, но самое важное его достоинство заключается в наличии неявных методов интегрирования систем дифференциальных уравнений. Применение МКЭ позволяет наиболее точно описать процесс взаимодействия колесных движителей с почвой, определить напряжения в грунтовой массе, деформацию шины и грунта, его уплотнения. В отличие от

аналитических методов в МКЭ форма пятна контакта эластичной шины с опорной поверхностью создается в результате моделирования с учетом независимых характеристик грунта, конструктивных и эксплуатационных параметров двигателя. Однако вычислительная трудоемкость МКЭ высока, поэтому при существующих на сегодняшний день компьютерах использовать эти модели в составе общей модели движения многоосных КМ затруднительно.

Цель работы — разработка математической модели качения эластичного колеса по деформируемому неровному опорному основанию с учетом деформации пятна контакта.

**Математическая модель качения.** При разработке модели примем следующие основные допущения:

- пятно контакта, ширина которого равна ширине шины имеет прямоугольную форму;
- нормальное давление в пятне контакта распределено равномерно;
- сила взаимодействия колеса с опорным основанием направлена в обратную сторону от скорости проскальзывания.

**Системы координат и основные расчетные зависимости.** В предлагаемой модели использованы две различные системы координат (рис. 1), что обусловлено структурой и формой уравнений движения объекта.

*Первая, неподвижная, система координат* (НСК)  $O_2 X_2 Y_2 Z_2$  служит для моделирования заданных дорожно-грунтовых условий движения. Начало координат системы, точка  $O_2$ , совпадает с началом моделируемой трассы.

*Вторая, микроподвижная, система координат* (МПСК)  $O_T X_T Y_T Z_T$  предназначена для определения сил, действующих на автомобиль со стороны грунта. Центр этой системы, точка  $O_T$ , совпадает с геометрическим центром вращения колеса, а ось  $O_T X_T$  — с проекцией продольной оси симметрии колеса на опорную поверхность.

Рассмотрим расчетную схему качения колеса по неровностям опорного основания (см. рис. 1).

На нижней полуокружности недеформированного профиля колеса выберем некоторое количество точек  $n$ , положение которых будем определять углом  $\alpha_i$  между вертикалью, опущенной из центра колеса на ось  $X_2$ , и лучом, соединяющим точку недеформированного

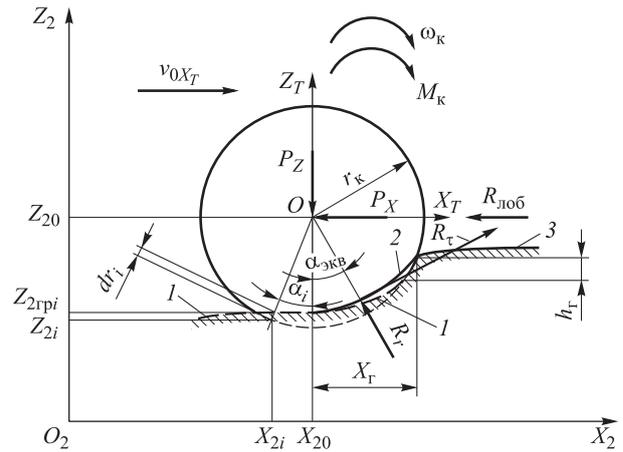


Рис. 1. Расчетная схема качения колеса по неровностям опорного основания: 1, 2 и 3 — деформированный, деформируемый и недеформированный профили грунта соответственно;  $P_Z$  и  $P_X$  — вертикальная и продольная силы, приложенные к центру колеса со стороны оси КМ

профиля колеса с его центром (см. рис. 1). Количество точек выбираем исходя из компромисса между точностью модели и ее быстротой. Определим координаты  $X_{2i}$  и  $Y_{2i}$  выбранных точек профиля в НСК:

$$X_{2i} = X_{20} + r_k \sin \alpha_i;$$

$$Y_{2i} = Y_{20} + r_k \sin \alpha_i;$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2},$$

где  $X_{20}$ ,  $Y_{20}$  — координаты центра колеса (точки  $O$ ) в НСК;  $r_k$  — свободный радиус колеса.

Вертикальную координату  $Z_{2i}$   $i$ -й точки недеформированного профиля колеса в НСК определим по формуле

$$Z_{2i} = Z_{20} - r_k \cos \alpha_i,$$

где  $Z_{20}$  — вертикальная координата центра колеса в НСК.

Формирование продольного профиля проводится по следующему алгоритму:

$$Z_{2грi} = \begin{cases} Z_{2грi}^{\text{недеф}} & \text{при } X_i \geq X_{20} + X_r; \\ Z_{2грi}^{\text{недеф}} - \left(1 - \frac{h_r}{X_r^2} X_i^2\right) & \text{при } X_{20} \leq X_i < X_{20} + X_r; \\ Z_{2грi}^{\text{недеф}} - h_r & \text{при } X_i \leq X_{20}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $Z_{2грi}$  — вертикальная координата профиля опорного основания под  $i$ -й точкой колеса;

$Z_{2\text{гpi}}^{\text{недеф}}$  — вертикальная координата недеформированного профиля колеи (моделируется заранее по известной методике, изложенной в работе [12]);  $X_i$  — текущая продольная координата  $i$ -й точки профиля колеи в НСК;  $X_{\text{г}} = \sqrt{r_{\text{к}}^2 - (Z_{20} - h_{\text{г}})^2}$ ;  $h_{\text{г}}$  — глубина колеи.

Прогиб шины  $dr_i$  в радиальном направлении для  $i$ -й точки недеформированного профиля находим из следующих соотношений:

$$dr_i = \begin{cases} 0, & Z_{2\text{гpi}} \leq Z_i; \\ (Z_{2\text{гpi}} - Z_i) \cos \alpha_i, & Z_{2\text{гpi}} > Z_i. \end{cases}$$

Таким образом, для определения реакций взаимодействия колеса с опорной поверхностью в МПСК при наличии нескольких зон «перекрытия» профилем опорного основания недеформированного контура колеса необходимо вычислить эквивалентный угол  $\alpha_{\text{эkv}}$  точки приложения суммарной радиальной реакции  $R_r$  в радиальном направлении и тангенциальной реакции  $R_{\text{т}}$  (см. рис. 1).

Эквивалентный угол определим как взвешенное среднее значение

$$\alpha_{\text{эkv}} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i dr_i}{\sum_{i=1}^n dr_i}.$$

Радиальная реакция  $R_r$  является суммой упругой  $R_{\text{р}}$  и демпфирующей  $R_{\text{д}}$  составляющих:  $R_r = R_{\text{р}} + R_{\text{д}}$ . Упругая составляющая  $R_{\text{р}}$  зависит от эквивалентного прогиба шины

$$dr_{\text{эkv}} = \frac{\sum_{i=1}^n dr_i}{n_{\text{к}}},$$

где  $n_{\text{к}}$  — количество точек недеформированного профиля, находящихся в контакте с опорной поверхностью.

На демпфирующую составляющую радиальной реакции  $R_{\text{д}}$  оказывает влияние скорость прогиба шины в радиальном направлении. Поэтому определим проекции скорости точек контура колеса на оси  $X_T$  и  $Z_T$ :

$$v_{iX_T} = \omega_{\text{к}} (r_{\text{к}} - dr_i) \cos \alpha_i + v_{0X_T};$$

$$v_{iZ_T} = \omega_{\text{к}} (r_{\text{к}} - dr_i) \sin \alpha_i + v_{0Z_T},$$

где  $\omega_{\text{к}}$  — угловая скорость вращения колеса;  $v_{0X_T}$  и  $v_{0Z_T}$  — проекция вектора скорости центра колеса на ось  $X_T$  и  $Z_T$ .

Проекция вектора линейной скорости  $i$ -й точки недеформированного профиля колеса в радиальном направлении

$$v_{ri} = v_{iX_T} \sin \alpha_i + v_{iZ_T} \cos \alpha_i,$$

где  $v_{iX_T}$  и  $v_{iZ_T}$  — проекция вектора линейной скорости  $i$ -й точки на ось  $X_T$  и  $Z_T$ .

Скорость деформации профиля  $i$ -й точки в радиальном направлении

$$\frac{d}{dt}(dr_i) = \dot{Z}_{2\text{гpi}} \cos \alpha_i - v_{ri}.$$

Эквивалентная скорость прогиба

$$\frac{dr_{\text{эkv}}}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n \left( \frac{d}{dt}(dr_i) \right)}{n_{\text{к}}}.$$

Далее, зная упругую и демпфирующую характеристики шины в радиальном направлении, находим  $R_r$ .

Тангенциальная реакция  $R_{\text{т}} = \mu_s R_r$ . Здесь  $\mu_s$  — коэффициент трения частичного скольжения [13]),

$$\mu_s = \mu_{s\alpha\text{max}} (1 - e^{-S_{\text{к}}/S_0}),$$

где  $\mu_{s\alpha\text{max}}$  — коэффициент трения полного скольжения для данного угла  $\alpha$  поворота вектора скорости скольжения;  $S_{\text{к}}$  — коэффициент буксования;  $S_0$  — константа.

Последнее выражение справедливо для несвязных грунтов. Коэффициент  $\mu_{s\alpha\text{max}}$  определяет максимальное значение функции  $\mu_s(S_{\text{к}})$ , а в совокупности с константой  $S_0$  — градиент функции  $\mu_s(S_{\text{к}})$  в начале координат, отражающий свойства грунта при малых скольжениях.

Коэффициент буксования:

- для тягового режима качения колеса

$$S_{\text{к}} = \frac{v_{0X_T} - \omega_{\text{к}} (r_{\text{к}} - dr_{\text{эkv}})}{\omega_{\text{к}} (r_{\text{к}} - dr_{\text{эkv}})};$$

- для тормозного или ведомого режимов качения колеса

$$S_{\text{к}} = \frac{v_{0X_T} - \omega_{\text{к}} (r_{\text{к}} - dr_{\text{эkv}})}{v_{0X_T}}.$$

Реакции взаимодействия колеса с опорной поверхностью  $R_{X_T}$  и  $R_{Z_T}$  в проекции на оси  $X_T$  и  $Z_T$  МПСК имеют следующий вид:

$$R_{X_T} = R_{\text{т}} \cos \alpha_{\text{эkv}} - R_r \sin \alpha_{\text{эkv}} - R_{\text{л0б}};$$

$$R_{Z_T} = R_{\text{т}} \sin \alpha_{\text{эkv}} + R_r \cos \alpha_{\text{эkv}}.$$

Здесь  $R_{\text{лоб}}$  — сила лобового сопротивления грунта качению колеса (бульдозерный эффект), определяемая по методике, изложенной в работе [14]:

$$R_{\text{лоб}} = 0,5b_{\text{ш}}(r_{\text{к}} - h_{\text{г}} - dr_{\text{эКВ}})^2 q_{\text{пас}}\gamma;$$

$$q_{\text{пас}} = a_{\text{п}}(0,01 \cdot 90^\circ)^{b_{\text{п}}};$$

$$a_{\text{п}} = 1 + a_{f_a}(0,1 \cdot \varphi_{\text{г}}^*)^{b_{f_a}}; \quad b_{\text{п}} = a_{f_b}(0,1 \cdot \varphi_{\text{г}}^*)^{b_{f_b}};$$

$$a_{f_a} = 0,3082 - 0,0709 \frac{\varphi_a^*}{\varphi_{\text{г}}^*}; \quad b_{f_a} = 2,0751 + 1,3354 \frac{\varphi_a^*}{\varphi_{\text{г}}^*};$$

$$a_{f_b} = 0,5756 + 0,1024 \frac{\varphi_a^*}{\varphi_{\text{г}}^*}; \quad b_{f_b} = 1,0608 + 0,0619 \frac{\varphi_a^*}{\varphi_{\text{г}}^*},$$

где  $b_{\text{ш}}$  — ширина шины;  $\gamma$  — удельный вес грунта, МН/м<sup>3</sup>;  $\varphi_{\text{г}}^*$  — угол внутреннего трения грунта, град;  $\varphi_a^*$  — угол трения грунта о стенку шины, град.

Графики для определения углов  $\varphi_{\text{г}}^*$ ,  $\varphi_a^*$  приведены в работе [14].

Динамика вращения колеса, представленная на рис. 1, описывается уравнениями

$$J_{\text{к}}\dot{\omega}_{\text{к}} = M_{\text{к}} - R_{X_{\text{г}}} (r_{\text{к}} - dr_{\text{эКВ}}) - M_f - M_h - M_{\text{т}};$$

$$M_f = R_r (r_{\text{к}} - dr_{\text{эКВ}}) \sin \alpha_{\text{эКВ}} \cos \alpha_{\text{эКВ}};$$

$$M_h = R_{Z_{\text{г}}} r_{\text{к}} (1 - S_{\text{к}}),$$

где  $J_{\text{к}}$  — момент инерции колеса относительно оси вращения;  $M_{\text{к}}$  — крутящий момент, подводимый к колесу;  $M_f$  — момент сопротивления качению колеса за счет смещения реакции  $R_r$ ;  $M_h$  — момент сопротивления, вызванный вертикальной деформацией грунта;  $M_{\text{т}}$  — тормозной момент на колесе [14].

**Определение глубины колеи.** Рассмотрим упрощенную поверхность зоны контакта, когда его пятно имеет прямоугольную форму, а нормальное давление распределено равномерно. Тогда площадь пятна контакта  $F_{\text{ш}}$  определим по формуле

$$F_{\text{ш}} = (L_1 + L_2)b_{\text{ш}},$$

где  $L_1$  и  $L_2$  — длина пятна контакта в пределах правой и левой нижних четвертей дуги окружности недеформированного контура шины (см. рис. 1).

Зависимость  $Z_{2\text{гп}} = f(X)$  в пределах правой нижней четверти дуги окружности недеформированного контура шины описывается формулой (1). Тогда

$$L_1 = \int_0^{X_{\text{г}}} \sqrt{1 + [f'(X)]^2} dX =$$

$$= \frac{1}{2A} [AX_{\text{г}} \sqrt{AX_{\text{г}}^2 + 1} + \sqrt{A} \operatorname{sh}^{-1}(X_{\text{г}} \sqrt{A})], \quad (2)$$

где  $A = h_{\text{г}}(t_{i-1})/X_{\text{г}}^2$ ,  $t_{i-1}$  — момент времени на предыдущем шаге интегрирования;  $\operatorname{sh}(x) = (e^x - e^{-x})/2$  — гиперболический синус.

Для решения выражения (2) значение  $h_{\text{г}}(t_{i-1})$  необходимо брать с предыдущего шага интегрирования, чтобы избежать «алгебраической петли». Начальное значение можно принять  $h_{\text{г}}|_{t=0} = 0$ .

Ввиду отсутствия аналитической зависимости  $Z_{2\text{гп}} = f(X)$  в пределах левой нижней четверти дуги окружности недеформированного контура шины заменим интеграл (2) конечной суммой для  $n$  участков недеформированного профиля шины, для которых  $dr_i \neq 0$  при  $-\pi/2 \leq \alpha_i \leq 0$ :

$$L_2 = \sum_{i=1}^n \sqrt{(Z_{2\text{гп}i} - Z_{2\text{гп}i-1})^2 + (X_{2\text{гп}i} - X_{2\text{гп}i-1})^2}.$$

Определим нормальные давления  $p_{0z}$  в пятне контакта по формуле Бернштейна-Летошнева [14]:

$$p_{0z} = c_{\text{гп}} h_{\text{г}}^{\mu}, \quad \text{МПа},$$

где  $c_{\text{гп}}$  — коэффициент деформации грунта, МПа;  $\mu$  — показатель плотности грунта.

С другой стороны

$$p_{0z} = \frac{P_z}{F_{\text{ш}} \cdot 10^6}, \quad \text{МПа},$$

где  $P_z$  — вертикальная нагрузка на колесо.

Тогда глубина колеи

$$h_{\text{г}} = \left( \frac{P_z}{c_{\text{гп}} F_{\text{ш}} 10^6} \right)^{\frac{1}{\mu}}.$$

**Влияние грунтозацепов на параметры движения колеса.** При наличии грунтозацепов необходимо дополнительно вычислить касательные силы в зонах выступов и впадин, а также вынос грунта из зоны контакта в случае интенсивного буксования колеса.

Дополнительное вертикальное заглубление центра колеса в грунт, вызванное экскавацией грунта из зоны контакта, вычисляются по формуле [14]

$$dh_{г.э} = \frac{t_{вп} h_{гпз} S_k}{t_{гпз} (1 - S_k)},$$

где  $t_{вп}$  — длина впадины грунтозацепа;  $h_{гпз}$  — высота грунтозацепа;  $t_{гпз}$  — шаг грунтозацепа,  $t_{гпз} = 2\pi r_k / n_{гпз}$  ( $n_{гпз}$  — общее количество грунтозацепов по длине окружности шины).

Тогда суммарное вертикальное заглубление центра колеса

$$h_{сум} = h_{г} + dh_{г.э}.$$

Считаем, что если  $h_{сум} \geq r_k$ , то происходит потеря подвижности машины вследствие вывешивания корпуса на грунте.

Для определения дополнительных касательных сил  $R_{\tau_j}^{гпз}$  в зонах выступов и впадин грунтозацепов (рис. 2) будем использовать результаты, полученные в работе [14]:

$$R_{\tau_j}^{гпз} = F_{гпз} c_{гп} \cdot 10^6 \exp \left[ -\frac{(|e_x| - e_{x\max})^2}{0,05 e_{x\max}} \operatorname{tg} \varphi_{г}^* \right];$$

$$e_x = S(\Delta t) - \int_{t_1}^{t_2} \omega_k(t) (r_k - dr_{э\text{кв}}) dt;$$

$$\Delta t = t_2 - t_1,$$

где  $F_{гпз}$  — площадь лобовой проекции грунтозацепа;  $e_x$  — текущий сдвиг грунта;  $e_{x\max}$  — максимальный сдвиг грунта, при котором связанность частиц грунта не нарушается;  $S(\Delta t)$  — путь, пройденный центром колеса за время  $\Delta t$ .

Суммарная касательная сила  $R_{\tau_{ХТ}}^{гпз}$  в проекции на ось  $X_T$  МПСК по всем  $m$  грунтозацепам, находящимся в зоне контакта колеса с опорным основанием,

$$R_{\tau_{ХТ}}^{гпз} = \sum_{j=1}^m R_{\tau_j}^{гпз} \cos \beta_j;$$

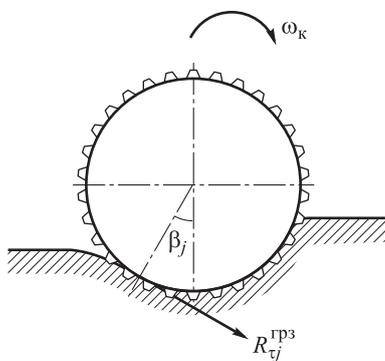


Рис. 2. Расчетная схема для определения дополнительных касательных сил  $R_{\tau_j}^{гпз}$  в зонах выступов и впадин грунтозацепов

$$m = \frac{L_1 + L_2}{2\pi r_k} n_{гпз}.$$

Тогда окончательно выражение для определения продольной реакции колеса с опорным основанием в проекции на ось  $X_T$  МПСК имеет вид

$$R_{X_T} = R_{\tau} \cos \alpha_{э\text{кв}} - R_r \sin \alpha_{э\text{кв}} - R_{\text{лоб}} + R_{\tau_{ХТ}}^{гпз}.$$

**Проверка работоспособности математической модели.** Для проверки работоспособности предложенной методики создана программа моделирования движения одиночного колеса в среде MATLAB/Simulink. В качестве исходных данных использовали параметры грунтового основания по данным работы [14] и основные параметры одиночного колеса.

**Параметры грунтового основания**

Коэффициент деформации грунта $c_{гп}$ , МПа ...	0,85
Показатель плотности грунта $\mu$ .....	0,77
Удельный вес грунта $\gamma$ , МН/м <sup>3</sup> .....	0,0145
Угол внутреннего трения грунта $\varphi_{г}^*$ , град .....	40
Максимальный сдвиг грунта, при котором связанность частиц грунта не нарушается, $e_{x\max}$ , м .....	0,05
Коэффициент трения полного скольжения $\mu_{s\alpha\max}$ .....	0,8
Константа $S_0$ .....	0,05

**Основные параметры одиночного колеса**

Масса $m$ , кг .....	600
Свободный радиус $r_k$ , м .....	0,7
Ширина $b_{ш}$ , м .....	0,6
Общее число грунтозацепов $n_{гпз}$ , шт. ....	60
Высота грунтозацепа $h_{гпз}$ , м .....	0,015
Длина впадин грунтозацепов $t_{вп}$ , м .....	0,015
Угловая скорость вращения колеса $\omega_k$ , с <sup>-1</sup> .....	4

На рис. 3 показана зависимость высоты профиля  $Z_{2гп}$  грунтового основания от про-

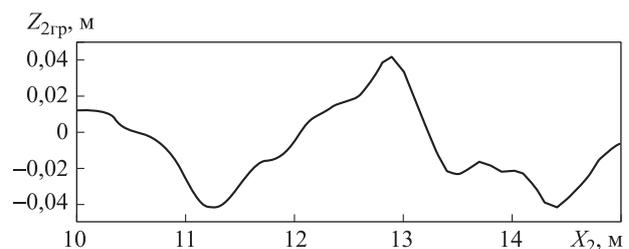


Рис. 3. Зависимость высоты профиля  $Z_{2гп}$  грунтового основания от продольной координаты  $X_2$

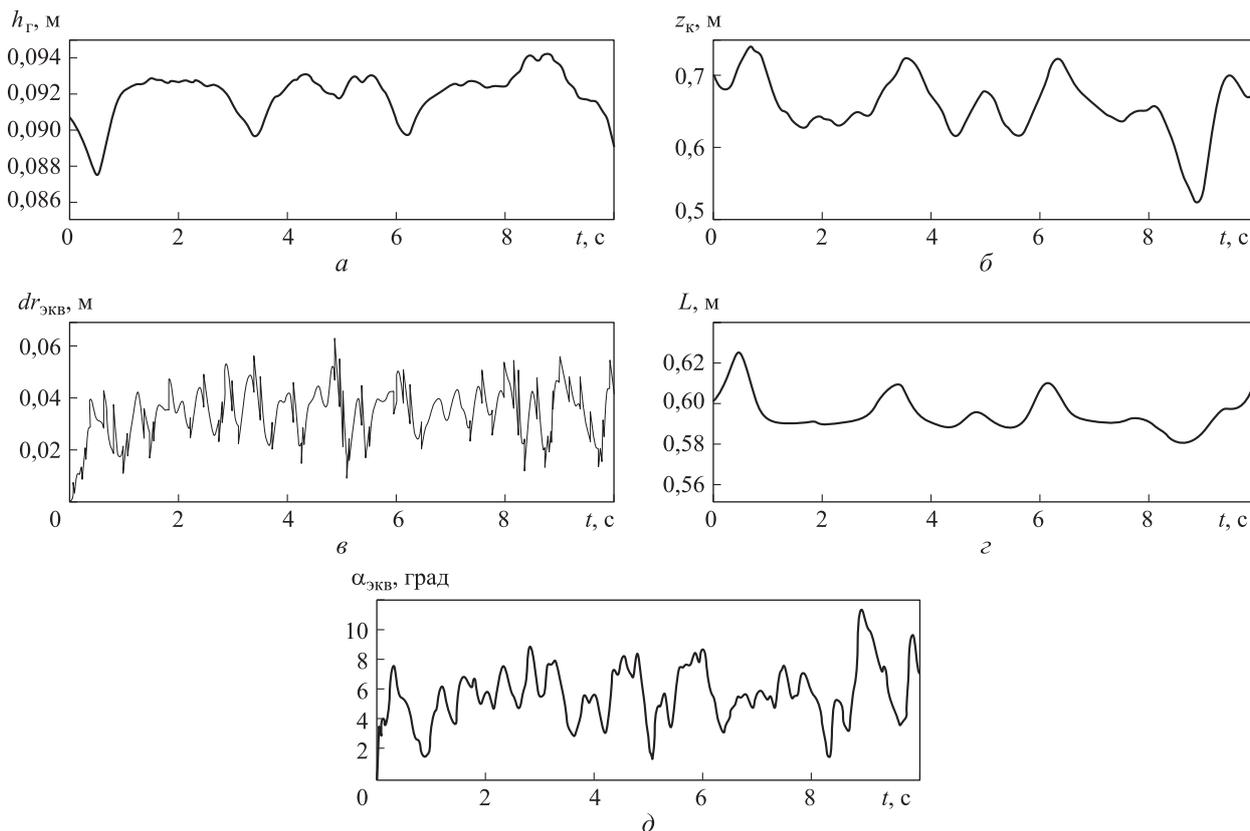


Рис. 4. Зависимости глубины колеи  $h_r$  (а), высоты центра колеса  $z_k$  (б), прогиба шины  $dr_{\text{экв}}$  (в), длины пятна контакта  $L$  (г) и эквивалентного угла  $\alpha_{\text{экв}}$  (д) от времени движения  $t$

дольной координаты  $X_2$  НСК, а на рис. 4 — зависимости от времени движения  $t$  следующих параметров: глубины колеи  $h_r$ , высоты центра колеса  $z_k$ , эквивалентного прогиба шины  $dr_{\text{экв}}$ , длины пятна контакта  $L = L_1 + L_2$  и эквивалентного угла  $\alpha_{\text{экв}}$ .

Представленные на рис. 4 зависимости позволяют судить о работоспособности предложенной математической модели движения эластичного колеса по неровному деформируемому опорному основанию.

## Выводы

1. Разработана математическая модель прямолинейного качения эластичного колеса по неровному деформируемому опорному основанию, учитывающая деформацию пятна контакта и изменение направления радиальной и тангенциальной реакций.

2. Методами имитационного моделирования доказана работоспособность предложенной математической модели.

## Литература

- [1] Котляренко В.И. *Основные направления повышения проходимости колесных машин*. Москва, Изд-во МГИУ, 2008. 284 с.
- [2] Шухман С.Б., Плиев И.А., Маляревич В.Э. Пути повышения экологических свойств многоосных полноприводных автомобилей, эксплуатирующихся в районах Крайнего Севера. *Автомобильная промышленность*, 2008, № 10, с. 15–17.
- [3] Wong J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. New York, Wiley IEEE, 2001. 560 p.
- [4] Прядкин В.И. Оценка воздействия высокоэластичной шины на поверхность качения. *Лесное хозяйство*, 2011, № 5, с. 42–43.
- [5] Пирковский Ю.В., Шухман С.Б. *Теория движения полноприводного автомобиля (прикладные вопросы оптимизации конструкции шасси)*. Москва, ЮНИТИ-ДАНА, Элит-2000, 2001. 230 с.

- [6] Агейкин Я.С., Вольская Н.С., Чичекин И.В. *Проходимость автомобиля*. Москва, МГИУ, 2010. 275 с.
- [7] Бабийчук А.Э., Агейкин А.С., Вольская Н.С. Методика определения потерь мощности на качение колесного движителя с учетом типа трансмиссии и давления воздуха в шинах машины. *Журнал автомобильных инженеров*, 2013, № 3, с. 24–27.
- [8] Лепешкин А.В., Петров С.Е. Математическая модель взаимодействия эластичного колеса с деформируемой опорной поверхностью при установившемся прямолинейном качении. *Матер. 77-й Междунар. науч.-техн. конф. ААИ «Автомобиле- и тракторостроение в России: приоритеты развития и подготовка кадров»*, Москва, МГТУ «МАМИ», 2012, с. 141–149.
- [9] Shoop S., Kestler K., Haehnel R. Finite element modeling of tires on snow. *Tire Science and Technology*, 2006, vol. 34, no. 1, pp. 2–37.
- [10] Белкин А.Е., Нарская Н.Л. Конечно-элементный анализ контакта автомобильной шины с опорной поверхностью на основе оболочечной модели. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2004, № 3, с. 14–28.
- [11] Одинцов О.А. *Разработка метода решения нелинейных контактных задач стационарного качения автомобильной шины*. Дис. ... канд. техн. наук. Москва, МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 208 с.
- [12] Полунгян А.А., ред. *Проектирование полноприводных колесных машин*. В 3 т. Т. 1. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 496 с.
- [13] Эллис Д.Р. *Управляемость автомобиля*. Москва, Машиностроение, 1975. 216 с.
- [14] Ларин В.В. *Теория движения полноприводных колесных машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.

## References

- [1] Kotliarenko V.I. *Osnovnye napravleniia povysheniia prokhozimosti kolesnykh mashin* [The main directions of improving the patency of wheeled vehicles]. Moscow, MSIU publ., 2008. 284 p.
- [2] Shukhman S.B., Pliev I.A., Maliarevich V.E. Puti povysheniia ekologicheskikh svoistv mnogoosnykh polnoprivodnykh avtomobilei, ekspluatiruiushchikhsia v raionakh Krainego Severa [Ways to improve the environmental properties of multi-wheel drive vehicles operated in the far North]. *Avtomobil'naiia promyshlennost'* [Automotive Industry]. 2008, no. 10, pp. 15–17.
- [3] Wong J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. New York, Wiley IEEE, 2001. 560 p.
- [4] Priadkin V.I. Otsenka vozdeistviia vysokoelastichnoi shiny na poverkhnost' kacheniiia [Assessment of the impact of the highly flexible tyre on the rolling surface]. *Lesnoe khoziaistvo* [Forestry]. 2011, no. 5, pp. 42–43.
- [5] Pirkovskii Iu.V., Shukhman S.B. *Teoriia dvizheniia polnoprivodnogo avtomobilia (prikladnye voprosy optimizatsii konstruksii shassi)* [The theory of the motion of four-wheel drive vehicle (applied problems of optimization of chassis design)]. Moscow, IuNITI-DANA, Elit-2000 publ., 2001. 230 p.
- [6] Ageikin Ia.S., Vol'skaia N.S., Chichekin I.V. *Prokhozimost' avtomobilia* [Patency of the car]. Moscow, MSIU publ., 2010. 275 p.
- [7] Babiichuk A.E., Ageikin A.S., Vol'skaia N.S. Metodika opredeleniia poter' moshchnosti na kachenie kolesnogo dvizhitelia s uchetom tipa transmissii i davleniia vozdukha v shinakh mashiny [The technique of determination of power losses in the rolling of the wheel mover with the type of drivetrain and the air pressure in the tires of the car]. *Zhurnal avtomobil'nykh inzhenerov* [Zurnal AAI]. 2013, no. 3, pp. 24–27.
- [8] Lepeshkin A.V., Petrov S.E. Matematicheskaia model' vzaimodeistviia elastichnogo kolesa s deformiruemoi opornoii poverkhnost'iu pri ustanovivshemsia priamolineinom kachenii [Mathematical model of interaction between elastic wheels with deformable bearing surface during steady-state straight-line rolling]. *Materialy 77-i Mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii AAI «Avtomobile- i traktorostroenie v Rossii: prioritety razvitiia i podgotovka kadrov»* [The materials of the 77<sup>th</sup> International scientific and technical confer-

- ence AAI «Car and tractor construction in Russia: development priorities and training». Moscow, MAMI publ., 2012, pp. 141–149.
- [9] Shoop S., Kestler K., Haehnel R. Finite element modeling of tires on snow. *Tire Science and Technology*, 2006, vol. 34, no. 1, pp. 2–37.
- [10] Belkin A.E., Narskaia N.L. Konechno-elementnyi analiz kontakta avtomobil'noi shiny s opornoj poverkhnost'iu na osnove obolochечноj modeli [Finite-Element Analysis of Car Tyre Contact with Support Surface on the basis of Shell Model]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2004, no. 3, pp. 14–28.
- [11] Odintsov O.A. *Razrabotka metoda resheniia nelineinykh kontaktnykh zadach statsionarnogo kacheniia avtomobil'noi shiny*. Diss. kand. tekhn. nauk [Development of a method of solving nonlinear contact problems of stationary rolling tires. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, Bauman Press, 2008. 208 p.
- [12] *Proektirovanie polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Design of four-wheel drive wheeled vehicles]. Ed. Polungian A.A. Vol. 1. Moscow, Bauman Press, 2008. 496 p.
- [13] Ellis D.R. *Upravliaemost' avtomobilia* [The car's handling]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1975. 216 p.
- [14] Larin V.V. *Teoriia dvizheniia polnoprivodnykh kolesnykh mashin* [Theory of motion of four-wheel drive wheeled vehicles]. Moscow, Bauman Press, 2010. 391 p.

Статья поступила в редакцию 24.04.2017

## Информация об авторах

**ВОЛЬСКАЯ Наталья Станиславовна** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: volskaja52@mail.ru).

**ЖИЛЕЙКИН Михаил Михайлович** (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: jileykin\_m@mail.ru).

**ЗАХАРОВ Александр Юрьевич** (Москва) — кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры «Колесные машины». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: zakharov-al@mail.ru).

## Information about the authors

**VOLSKAYA Nataliya Stanislavovna** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Wheel Vehicles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: volskaja52@mail.ru).

**ZHILEYKIN Mikhail Mikhailovich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Wheel Vehicles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: jileykin\_m@mail.ru).

**ZAKHAROV Aleksandr Yurievich** (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Senior Lecturer, Department of Wheel Vehicles. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: zakharov-al@mail.ru).