Транспортное и энергетическое машиностроение

УДК 629.11.01

DOI 10.18698/0536-1044-2017-9-31-37

Алгоритм распределения крутящего момента в автомобиле с колесной формулой 4×4 для обеспечения устойчивости движения^{*}

А.В. Антонян

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

An Algorithm for Distributing Torque in a 4×4 Wheel Car to Ensure Driving Stability

A.V. Antonyan

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: antonyan.akop@yandex.ru

В начале XX века спортивные автомобили стали оснащать полным приводом с дифференциальной связью для обеспечения управляемости и устойчивости при движении по криволинейным участкам пути. С середины XX века в раздаточных коробках и ведущих мостах колесных машин для повышения этих свойств вместо обычных дифференциалов начали устанавливать самоблокирующиеся дифференциалы. В большинстве межосевых дифференциалов повышенного трения коэффициент блокировки находится в диапазоне 1,5...3. Прослежена взаимосвязь между условиями движения транспортного средства и наличием дифференциала повышенного трения. Показан процесс распределения крутящего момента между колесами. Построены графики движения колесных машин при испытании «переставка», оборудованных дифференциалом без повышенного трения и самоблокирующимся дифференциалом. Проведен сравнительный анализ параметров автомобиля, движущегося по разным опорным поверхностям — асфальту и льду со снегом.

Ключевые слова: самоблокирующийся дифференциал, коэффициент блокировки, математическая модель, повышенное трение

In the early twentieth century sports cars started to be equipped with all-wheel drives with differential connectivity to provide better handling and stability when driving on curved sections of the road. From the mid-twentieth century, transmissions and drive axles of wheeled vehicles were fitted with limited-slip differentials to improve handling and stability in comparison with conventional differentials. In most inter-axle differentials of increased friction, the locking coefficient is in the range from 1.5 to 3. The relationship between the vehicle's driving conditions and the presence of a limited-slip differential is described, and

^{*} Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках договора № ДН01/0001/216/15 между ООО «ЛиАЗ» и МГТУ им. Н.Э. Баумана.

the process of torque distribution between the wheels is outlined. Graphs are plotted illustrating the motion of the vehicle during the «rearrange» test equipped with a differential without friction and with a limited-slip differential. A comparative analysis of parameters is performed for a vehicle driving on asphalt and ice with snow.

Keywords: limited-slip differential, coefficient of the lock, mathematical model, increased friction

У полноприводного автомобиля трансмиссия конструктивно сложнее, дороже и тяжелее, а механические потери выше, чем у транспортного средства с двумя ведущими колесами. Несмотря на эти недостатки, достоинства полного привода часто являются более важными. Кроме улучшения проходимости колесной машины (КМ) полный привод обеспечивает преимущества при движении по скользкой дороге и более интенсивный разгон. В то же время сопротивление качению ведущих колес меньше, чем у ведомых, что в некоторой степени компенсирует потери [1]. Системами постоянного полного привода оборудованы автомобили следующих марок: Audi (Quattro), Mercedes-Benz (4MATIC), BMW (xDrive), Subaru, Lamborghini и др. В дифференциалах раздаточных коробок и главных передач установлены дифференциалы повышенного трения (самоблокирующиеся дифференциалы) TorSen и Quaife [2, 3] на машинах Audi [4] или дифференциалы с пакетами фрикционных дисков на автомобилях Volkswagen Touareg [4].

Цель работы — построить математическую модель полноприводного автомобиля с колес-



Рис. 1. Схема трансмиссии полноприводной двухосной КМ с дифференциальной трансмиссией:
1 — передняя ось; 2 — задняя ось; 3 — симметричный межколесный дифференциал; 4 — межосевой дифференциал; 5 — сцепление

ной формулой 4×4 и разными вариантами дифференциалов, выполнить имитационное моделирование и доказать преимущества использования самоблокирующихся дифференциалов в сложных условиях движения.

Описание математической модели КМ. Рассмотрим схему трансмиссии полноприводной двухосной КМ с дифференциальной трансмиссией [5] (рис. 1). Крутящий момент передается от двигателя внутреннего сгорания (ДВС) на коробку передач (КП) и далее на межосевой дифференциал (Д) 4, в котором происходит разделение крутящего момента между передней и задней осями в соотношении 50:50. Ведущие мосты снабжены симметричными дифференциалами.

Схема трансмиссии, показанная на рис. 1, описывается следующей системой уравнений [5]:

$$\begin{cases} J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 1} = \frac{M_{13}}{2}i_{\Gamma\Pi} - M_{1}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 2} = \frac{M_{24}}{2}i_{\Gamma\Pi} - M_{2}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 3} = \frac{M_{13}}{2}i_{\Gamma\Pi} - M_{3}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 4} = \frac{M_{24}}{2}i_{\Gamma\Pi} - M_{4}; \\ \dot{\omega}_{\Lambda B} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{13} + \dot{\omega}_{24}}{2}; \\ \dot{\omega}_{13} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{\kappa 1} + \dot{\omega}_{\kappa 3}}{2}; \\ \dot{\omega}_{24} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{\kappa 2} + \dot{\omega}_{\kappa 4}}{2}; \\ J_{\Lambda B}\dot{\omega}_{\Lambda B} = h_{\Lambda P}h_{g}M_{\Lambda B} - M_{c}; \\ J_{13}\dot{\omega}_{13} = \frac{M_{c}}{2}i_{\kappa\Pi} - M_{13}; \\ J_{24}\dot{\omega}_{24} = \frac{M_{c}}{2}i_{\kappa\Pi} - M_{24}, \end{cases}$$
(1)

где J_{κ} — момент инерции колеса; $\dot{\omega}_{\kappa i}$ — угловое ускорение вращения *i*-го колеса; M_{13} — крутящий момент, приведенный к заднему валу трансмиссии; $i_{\Gamma\Pi}$ — передаточное число передней и задней главных передач (ГП); M_i — момент сопротивления на *i*-м колесе; M_{24} — кру-

тящий момент, приведенный к переднему валу трансмиссии; $\dot{\omega}_{\rm дв}$ — угловое ускорение вращения коленчатого вала двигателя; $i_{\rm KII}$ — передаточное отношение КП; $\dot{\omega}_{13}$ и $\dot{\omega}_{24}$ — угловое ускорение переднего и заднего приводного вала; $J_{\rm дв}$ — момент инерции коленчатого вала двигателя; $M_{\rm дв}$ — крутящий момент развиваемый двигателем; $h_{\rm др}$ — положение дроссельной заслонки; h_g — степень снижения использования мощности двигателя [5]; J_{13} и J_{24} момент инерции переднего и заднего приводного вала; M_c — момент сопротивления.

Представленная математическая модель не предусматривает распределения тяги между ведущими мостами, так как уравнения в системе (1) не обеспечивают распределение крутящего момента. Поэтому математическая модель (1) была модифицирована так, чтобы реализовывалось распределение тяги между ведущими мостами и ведущими колесами. Модифицированная система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 1} = M_{13}i_{\Gamma\Pi}k_{1} - M_{1}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 2} = M_{24}i_{\Gamma\Pi}k_{2} - M_{2}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 3} = M_{13}i_{\Gamma\Pi}k_{3} - M_{3}; \\ J_{\kappa}\dot{\omega}_{\kappa 4} = M_{24}i_{\Gamma\Pi}k_{4} - M_{4}; \\ \dot{\omega}_{дB} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{13} + \dot{\omega}_{24}}{2}; \\ \dot{\omega}_{13} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{\kappa 1} + \dot{\omega}_{\kappa 3}}{2}; \\ \dot{\omega}_{24} = i_{\kappa\Pi}\frac{\dot{\omega}_{\kappa 2} + \dot{\omega}_{\kappa 4}}{2}; \\ J_{дB}\dot{\omega}_{дB} = h_{дP}h_{g}M_{дB} - M_{c}; \\ J_{13}\dot{\omega}_{13} = M_{c}i_{\kappa\Pi}k_{13} - M_{13}; \\ J_{24}\dot{\omega}_{24} = M_{c}i_{\kappa\Pi}k_{24} - M_{24}, \end{cases}$$

где k_1 — доля крутящего момента, подаваемого на переднюю ось первой полуоси, $k_1 = (0, 1)$; k₂ — доля крутящего момента, подаваемого на заднюю ось второй полуоси, $k_2 = (0, 1);$ k₃ — доля крутящего момента, подаваемого на переднюю ось третьей полуоси, $k_3 = (0, 1);$ *k*₄ — доля крутящего момента, подаваемого на заднюю ось четвертой полуоси, $k_4 = (0, 1);$ k₁₃ — доля полного крутящего момента от ДВС, передаваемая на передний мост, $k_{13} = (0, 1); k_{24}$ — доля полного крутящего момента от ДВС, передаваемая на задний мост, $k_{24} = (0, 1).$

Распределение тяги. Из работ [6-10] известно, что самоблокирующиеся дифференциалы повышают сопротивление повороту КМ, т.е. независимо от внешних факторов КМ будет стремиться сохранить установленный курс. Самоблокирующиеся дифференциалы передают больший крутящий момент медленно вращающимся звеньям. При прохождении поворота КМ колеса передней оси движутся по большему радиусу, чем колеса заднего моста [9]. Следовательно, преодолевая разные траектории за равный промежуток времени, передние колеса совершают больше оборотов. В этом случае межосевой самоблокирующийся дифференциал передаст к задним колесам больший крутящий момент, согласно балансу мощностей [11]:

$$N_{\rm II} + N_{\rm 3} = N_{\rm II} - N_{\rm TP}, \qquad (2)$$

где $N_{\rm m}$ и $N_{\rm 3}$ — мощность, передаваемая через передний и задний приводной вал; $N_{\rm m}$ — мощ-



Рис. 2. Распределение крутящих моментов и реакций между ведущими мостами (а) и между ведущими колесами и мостами (б):
Д — дифференциальная связь; Д⁶ — дифференциал с коэффициентом блокировки; R_{x1}^{MCK}, R_{x2}^{MCK}, R_{x3}^{MCK}, R_{x4}^{MCK}
Реакции в пятне контактов в микроподвижной системе координат (MCK) [5]



Рис. 3. Схема определения момента сопротивления повороту КМ вокруг вертикальной оси:

ЦМ — центр масс КМ; M_z^{Σ} — момент вращения КМ; $R_{x1}^{\Pi CK}$, $R_{x2}^{\Pi CK}$, $R_{x3}^{\Pi CK}$, $R_{x4}^{\Pi CK}$ — реакции в пятне контактов в подвижной системе координат (ПСК) [5] ность, подаваемая на корпус дифференциала; N_{тр} — потери мощности на трении.

Распределение крутящих моментов и реакций между ведущими мостами показано на рис. 2, *a*.

Далее распределение крутящих моментов происходит в межколесных дифференциалах (рис. 2, 6). Колеса, катящиеся по траектории наружного радиуса, будут иметь значительную скорость вращения [6] и передавать больший крутящий момент колесам, движущимся по траектории внутреннего радиуса аналогичным образом, согласно балансу мощностей (2).

Реакции и крутящие моменты связаны между собой соотношением [6]

$$M_{\rm KD} = R_x r + M_I + M_f,$$

где $M_{\rm кp}$ — крутящий момент колеса; R_x — продольная реакция в пятне контакта; r — расстояние от центра колеса до опорного основания; M_J — инерционный момент; M_f — момент сопротивления качению.

Продольные реакции в пятнах контакта связаны с моментом сопротивления повороту $M_{c,\Pi}$ (рис. 3) соотношением [6]

$$M_{\rm c,II} = 0,5B(R_{\rm XBH} - R_{\rm XH}),$$

где *В* — колея колес КМ; *R*_{хвн} и *R*_{хн} — сумма продольных реакций колес внутреннего и наружного радиуса качения.

Исследование работоспособности разработанной математической модели методом имитационного моделирования. Для исследования математической модели КМ проведено имитационное моделирование ее движения в различных режимах по разным опорным поверхностям в среде MATLAB/Simulink, так как такое моделирование является основным методом исследования в теории движения KM [5].

Моделировали движение КМ полной массой 3 500 кг по траектории испытания «переставка $S_{\pi} = 20$ м» [12]. Начальная скорость движения КМ составляла 20 км/ч, далее ее последовательно увеличивали на 5 км/ч. В качестве опорных поверхностей использовали асфальт и лед со снегом, имеющие следующие характеристики:

Асфальт Лед со снегом

Коэффициент трения		
скольжения в продольной		
оси µ _{xmax}	0,9	0,3
Коэффициент трения		
скольжения в поперечной	0.0	0.2
оси μ_{ymax}	0,9	0,3
Константы, учитывающие		
упругодемпфирующие	0 5 /0 1	0.05/0.1
	0,3/0,1	0,05/0,1
Коэффициент сопротивления	0.02	0.05
качению ј	0,02	0,05

Исследование движения КМ. Полученные при моделировании траектории движения КМ с межколесными и межосевым дифференциалами без повышенного трения приведены на



Рис. 4. Траектории движения КМ, оборудованной дифференциалами без повышенного трения (*a*) и самоблокирующимися дифференциалами (*б*), по асфальту (слева) и льду со снегом (справа)



Рис. 5. Зависимости момента вращения вокруг вертикальной оси $M_z^{\Sigma}(a)$ и момента сопротивления повороту $M_{c.n}(b)$ от времени *t* для КМ, движущейся по асфальту (слева) и льду со снегом (справа)

рис. 4, *a*, а с самоблокирующимися дифференциалами — на рис. 4, *б*, где тонкими сплошными линиями показаны траектории центра масс КМ, штриховыми линиями — траектории движения колес, а толстыми сплошными линиями — границы участка.

При движении по асфальту (см. рис. 4, *a*, слева) КМ, оборудованная дифференциалами без повышенного трения, после прохождения первого поворота потеряла устойчивость и выехала за пределы участка, что объясняется отсутствием момента сопротивления повороту и, соответственно, распределения тяги между колесами. При движении по льду со снегом (см. рис. 4, *a*, справа) после прохождения второго поворота КМ также потеряла устойчивость и выехала за пределы участка.

При наличии самоблокирующихся дифференциалов КМ двигалась как по асфальту (см. рис. 4, *б*, слева), так и по льду со снегом (см. рис. 4, *б*, справа) в пределах испытательного участка.

На рис. 5, *а* приведены временные зависимости момента вращения КМ вокруг вертикальной оси M_z^{Σ} , а на рис. 5, δ — момента сопротивления повороту $M_{c.п}$, где сплошные линии соответствуют КМ с дифференциалами без повышенного трения, а штриховые — КМ с самоблокирующимися дифференциалами.

При наличии повышенного трения в дифференциалах у КМ, перемещающейся по асфальту (см. рис. 5, *б*, слева), появился момент сопротивления повороту с пиковым значением 720 Н·м; пиковая скорость движения КМ достигла 90 км/ч. При отсутствии повышенного трения в дифференциалах эта скорость составила 78 км/ч.

При наличии повышенного трения в дифференциалах у КМ, движущейся по льду со снегом (см. рис. 5, 6, справа), образовался момент $M_{c.n}$ с пиковым значением 350 Н·м; пиковая скорость движения КМ составила 50 км/ч. При отсутствии повышенного трения в дифференциалах эта скорость равнялась 35 км/ч.

Выводы

1. Разработана математическая модель КМ с самоблокирующимися дифференциалами, имеющая возможность распределения крутящего момента между ведущими мостами и ведущими колесами.

2. Методом имитационного моделирования установлено, что самоблокирующиеся дифференциалы обеспечивают устойчивое движение по траектории испытания «переставка S_{π} = 20 м». Без повышенного трения в дифференциалах пиковые скорости движения КМ составили 78 км/ч на асфальте и 35 км/ч на льду со снегом, а с повышенным трением — соответственно 90 и 50 км/ч.

Литература

- [1] Иванов А.М., Солнцев А.Н., Гаевский В.В., Клюкин П.Н., Осипов В.И., Попов А.И. Основы конструкции современного автомобиля. Москва, Изд-во За рулем, 2012. 336 с.
- [2] Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer, 2011. 715 p.
- [3] Reimpell J., Stoll H., Betzler J. *The automotive Chassis: Engineering Principles*. Oxford, Woburn, Butterworth-Heinemann, 2001. 456 p.
- [4] Вернер М., Райнер П., Аксель Ш. *Автомобильные сцепления, трансмиссии, приводы.* Москва, Изд-во За рулем, 2012. 352 с.
- [5] Жилейкин М.М. Теоретические основы показателей устойчивости и управляемости колесных машин на базе методов нечеткой логики. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. 238 с.
- [6] Жилейкин М.М. Стабилизация движения двухосных колесных машин за счет перераспределения крутящих моментов между ведущими колесами. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2017, № 3, с. 32–40.
- [7] Литвинов А.С. Устойчивость и управляемость автомобиля. Москва, Машиностроение, 1971. 176 с.
- [8] Ларин В.В. *Теория движения полноприводных колесных машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 391 с.
- [9] Смирнов Г.А. *Теория движения колесных машин*. Москва, Машиностроение, 1990. 352 с.
- [10] Антонов Д.А. Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей. Москва, Машиностроение, 1984. 168 с.
- [11] Полунгян А.А., ред. Проектирование полноприводных колесных машин. В 3 т. Т. 2. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 528 с.
- [12] ГОСТ 52302-2004. Автотранспортные средства. Управляемость и устойчивость. Технические требования. Методы испытаний. Москва, ИПК Изд-во стандартов, 2005. 27 с.

References

- Ivanov A.M., Solntsev A.N., Gaevskii V.V., Kliukin P.N., Osipov V.I., Popov A.I. Osnovy konstruktsii sovremennogo avtomobilia [Foundations of design a modern car]. Moscow, Za rulem publ., 2012. 336 p.
- [2] Naunheimer H., Bertsche B., Ryborz J., Novak W. Automotive Transmissions: Fundamentals, Selection, Design and Application. Heidelberg, Dordrecht, London, New York, Springer, 2011. 715 p.
- [3] Reimpell J., Stoll H., Betzler J. *The automotive Chassis: Engineering Principles*. Oxford, Woburn, Butterworth-Heinemann, 2001. 456 p.
- [4] Verner M., Rainer P., Aksel' Sh. *Avtomobil'nye stsepleniia, transmissii, privody* [Automotive clutch, transmissions, drives]. Moscow, Za rulem publ., 2012. 352 p.
- [5] Zhileikin M.M. Teoreticheskie osnovy pokazatelei ustoichivosti i upravliaemosti kolesnykh mashin na baze metodov nechetkoi logiki [The theoretical basis of indicators of stability and controllability of the wheeled vehicle based on fuzzy logic]. Moscow, Bauman Press, 2016. 238 p.
- [6] Zhileikin M.M. Stabilizatsiia dvizheniia dvukhosnykh kolesnykh mashin za schet pereraspredeleniia krutiashchikh momentov mezhdu vedushchimi kolesami [Stabilization of Motion of Two-Axle Wheeled Vehicles through the Redistribution of Torque between the Driving Wheels]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2017, no. 3, pp. 32–40.
- [7] Litvinov A.S. Ustoichivost' i upravliaemost' avtomobilia [Stability and handling of the car]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1971. 176 p.
- [8] Larin V.V. Teoriia dvizheniia polnoprivodnykh kolesnykh mashin [Theory of motion of fourwheel drive wheeled vehicles]. Moscow, Bauman Press, 2010. 391 p.

- [9] Smirnov G.A. *Teoriia dvizheniia kolesnykh mashin* [The theory of motion of wheeled vehicles]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1990. 352 p.
- [10] Antonov D.A. *Raschet ustoichivosti dvizheniia mnogoosnykh avtomobilei* [Calculation of stability of motion of multiaxial cars]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1984. 168 p.
- [11] Proektirovanie polnoprivodnykh kolesnykh mashin [Design of four-wheel drive wheeled vehicles]. Ed. Polungian A.A. In 3 vol. Vol. 2. Moscow, Bauman Press, 2008. 528 p.
- [12] GOST 52302-2004. Avtotransportnye sredstva. Upravliaemost' i ustoichivost'. Tekhnicheskie trebovaniia. Metody ispytanii [State Standard 52302-2004. Road vehicles. Handling and stability. Technical requirements. Test methods]. Moscow, Standartinform publ., 2005. 27 p.

Статья поступила в редакцию 10.04.2017

Информация об авторе

АНТОНЯН Акоп Ваганович (Москва) — инженер. НИИ Специального машиностроения МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: antonyan.akop@yandex.ru). Information about the author

ANTONYAN Akop Vaganovich (Moscow) — Engineer. Scientific Research Institute of Special Machine Building. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: antonyan.akop@yandex.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышла в свет монография под общей редакцией **А.Б. Шаповалова**

«Методы прогнозирования траекторий аэробаллистических летательных аппаратов в реальном масштабе времени»

Изложены теоретические основы методов прогнозирования терминальных участков траекторий аэробаллистических летательных аппаратов по данным наземных радиолокационных измерений. Особое внимание уделено методам прогнозирования в реальном масштабе времени и устойчивости вычислительных процессов при малом времени сопровождения.

Для инженеров и научных работников, занимающихся проектированием систем управления летательных аппаратов и обработкой внешнетраекторных измерений.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97; press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru