# Расчет и конструирование машин

УДК 621.941.1

DOI 10.18698/0536-1044-2017-1-4-15

# Расчетные параметры стружкообразования при несвободном косоугольном резании пластичных материалов

### С.В. Грубый

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

# **Calculated Parameters of Chip Formation for Restricted Oblique Cutting of Plastic Materials**

# S.V. Grubyy

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: grusv@yandex.ru

Исследование процесса стружкообразования при резании пластичных материалов дополняет работы известных авторов, проведенные ранее в этой предметной области. Актуальность исследований обусловлена задачей по определению расчетных параметров стружкообразования, исключающей проведение обширных экспериментов. Применены пути и методы теоретического анализа геометрических параметров инструмента и зоны стружкообразования при несвободном косоугольном резании пластичных материалов на примере сборных резцов, оснащенных твердосплавными сменными многогранными пластинами. Отличительной особенностью исследования является установленная количественная связь между геометрией инструмента, физико-механическими характеристиками инструментального и обрабатываемого материалов, направлением схода и характеристиками контакта стружки, углом сдвига, контактными давлениями. Полученные количественные результаты реализованы в виде единого программного алгоритма, который служит базой для расчета основных параметров обработки резанием пластичных материалов.

Ключевые слова: несвободное резание, косоугольное резание, толщина срезаемого слоя, параметры стружкообразования, геометрические параметры сборных резцов, угол сдвига, угол схода стружки по передней поверхности, длина контакта стружки, контактные давления.

This study of chip formation process when cutting plastic materials supplements the earlier works of a number of well-known authors in this subject area. The relevance of the research is related to the problem of determining calculated parameters of the chip formation process that excludes extensive experiments. Using combined cutters equipped with hard-alloy replaceable indexable plates as an example, the author applies ways and methods of the theoretical analysis of geometrical parameters of the tools and chip formation zone for restricted oblique cutting of plastic materials. The established quantitative connection between tool geometry, physical and mechanical characteristics of the tool and processing materials, direction of the chip flow and characteristics of the chip contact, shear angle and contact pressure is a distinctive feature of the study. The obtained quantitative results are

represented in the form of an integrated algorithm that serves as a basis for calculating key parameters of processing plastic materials by cutting.

**Keywords:** restricted cutting, oblique cutting, thickness of the cut layer, chip formation parameters, geometrical parameters of the combined cutter, angle of shear, angle of chip flow along the front surface, length of chip contact, contact pressure.

Анализ геометрических параметров инструмента предваряет анализ параметров стружкообразования, давая геометрическое описание объекта исследования.

Цель работы — создание единого программного алгоритма, являющегося базой для расчета основных параметров процесса резания пластичных материалов.

У сборного резца, оснащенного режущей сменной многогранной пластиной (СМП), геометрические параметры лезвия взаимосвязаны и зависят от формы СМП и ее пространственного положения на державке.

Геометрические параметры лезвия сборного резца определены с помощью двух систем координат, показанных на рис. 1.

Система координат XYZ является общепринятой для кинематики резания и связана с вращением заготовки и движением инструмента (ось X параллельна движению продольной подачи, а ось Z — главному движению резания). Система координат X'Y'Z' образована путем поворота осей X и Y вокруг оси Z на угол  $\psi$  и последующего поворота осей Y и Z вокруг оси X' на угол  $\gamma_d$  так, что координатная плоскость X'Y' совпадает с плоскостью передней грани резца  $A_{\gamma}$ , а вспомогательный угол  $\eta$  является углом между режущей кромкой и осью Y'.

Углы  $\gamma_d$ ,  $\psi$ ,  $\eta$  характеризуют положение СМП в корпусе резца и могут быть определены, если известны углы на главной режущей кромке: передний  $\gamma_0$ , наклона кромки  $\lambda_0$  и в плане  $\phi_0$ . Взаимная связь этих углов установлена с использованием элементов векторной алгебры. При необходимости можно рассчитать продольные углы наклона передней плоскости СМП  $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$  в направлении соответствующих осей *X*, *Y*.

На схеме рис. 1 обозначены векторы:  $\mathbf{a}_1$  и  $\mathbf{a}'_1$  — определяющий положение главной режущей кромки, и его проекция на основную плоскость  $P_o$ ;  $\mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{a}'_2$  — задающие главную секущую плоскость  $P_{\tau}$ . В соответствии с принятыми правилами передний угол  $\gamma_0$  и угол наклона кромки  $\lambda_0$  имеют различные знаки:  $\gamma_0 < 0$ ,  $\lambda_0 > 0$ .

При определении главного заднего угла на резце рассмотрены два возможных варианта:

отрицательное значение переднего угла и СМП не имеет заднего угла; положительное значение переднего угла и СМП, имеющая задний угол  $\alpha_p$ . Форма СМП в расчете представлена углом вершины  $\varepsilon$ .

В качестве примера в табл. 1 приведены геометрические параметры некоторых сборных резцов, оснащенных твердосплавными СМП.

Аналогичный подход применен для определения углов на радиусной части главной и вспомогательной режущих кромках и на прямолинейной части вспомогательной режущей кромки. На радиусной части режущую кромку разбивали на элементарные участки. Например, радиусная часть главной режущей кромки включает в себя углы: наклона  $\lambda_i$ , в плане  $\varphi_i$ , передний  $\gamma_i$  и задний  $\alpha_i$ . Подробно вывод математических зависимостей для геометрических параметров резца с СМП рассмотрен в ряде работ, например, в учебном пособии автора [1].

Угол схода является одной из характеристик стружки и определен в плоскости передней грани между направлением схода стружки и следом главной секущей плоскости (ГОСТ 25762–83). Упрощая можно принять, что угол схода стружки есть угол между вектором **a**<sub>3</sub>, перпендикулярным главной режущей кромке, и направлением схода стружки по передней по-



*Рис. 1.* Схема для расчета геометрических параметров лезвия сборного резца

Обозначение СМП	ψ	Ύd	η	γο	$\lambda_0$	φ₀	3	$\alpha_p$	
Обозначение Смп	град								
TNGN-160408	45,0	-7,1	44,8	-5,0	5,0	90,0	60	0	
TPGN-160408	-45,0	7,1	-44,8	-5,0	-5,0	90,0	60	11	
WNUM-100412	43,0	-10,2	42,5	-7,0	7,5	90,0	80	0	
SNUM-150412	21,9	-7,6	66,7	-7,0	3,0	45,0	90	0	
PNUM-110412	8,2	-10,0	52,8	-8,0	6,0	45,0	108	0	
CNMG-120404	33,4	-12,5	27,8	-6,0	11,0	95,0	80	0	

Таблица 1

Геометрические параметры сборных резцов

верхности. На рис. 2 приведена схема, поясняющая расчет угла схода стружки по передней поверхности СМП, где обозначены векторы, задающие направления: прямолинейной части главной режущей кромки — **a**<sub>1</sub>; перпендикуляра к вектору **a**<sub>1</sub> — **a**<sub>3</sub>; схода стружки по передней поверхности в начальный момент времени —  $\mathbf{a}_4$ ; перпендикуляра к вектору  $\mathbf{a}_4$  —  $\mathbf{a}_5$ ; схода стружки с учетом действия сил на передней поверхности — **a**<sub>c</sub>. На схеме также показаны: сила стружкообразования **R**<sub>ci</sub> на элементарном участке і, проекция этой силы на поверхность сдвига  $\mathbf{F}_{fi}$ , углы действия  $\omega_i$  и сдвига β<sub>i</sub>. Аналогичные параметры обозначены на прямолинейной части главной режущей кромки:  $\mathbf{R}_{c0}$ ,  $\mathbf{F}_{f0}$ ,  $\omega_0$ ,  $\beta_0$ . Главная и вспомогательная режущие кромки с направлением пода-



*Рис. 2.* Схема для расчета угла схода стружки по передней поверхности СМП

чи образуют главный  $\phi_0$  и вспомогательный  $\phi_{01}$  углы в плане.

Особенности несвободного косоугольного резания, в условиях которого работают сборные резцы с СМП, отражены через суммарный вектор скорости схода стружки, рассчитанный с учетом следующих допущений:

• условный угол схода стружки на элементарном участке режущей кромки tg  $\eta_{ci}$  = = tg  $\lambda_i \cos \gamma_i$ , где  $\lambda_i$  и  $\gamma_i$  — угол наклона кромки и передний угол на участке;

• значение элементарного вектора скорости схода пропорционально толщине среза на участке кромки;

• вектор скорости схода стружки равен сумме элементарных векторов.

Выражение для расчета угла схода стружки по передней поверхности принимает вид

$$\eta_c = \eta'_c + \eta_{ck} = \eta - \left(\pi/2 - \operatorname{arctg} \frac{\nu_{1c}}{\nu_{2c}}\right) + \eta_{ck}, \quad (1)$$

где  $v_{1c}$ ,  $v_{2c}$  — проекции вектора скорости схода на координатные оси X', Y';  $\eta_{ck}$  — угол, учитывающий изменение направления движения стружки под действием сил на передней поверхности.

Условные углы схода стружки по элементарным участкам:

• на прямолинейной части главной кромки  $\eta_{c0} = \arctan(\operatorname{tg} \lambda_0 \cos \gamma_0);$ 

• на радиусной части главной кромки  $\eta_{ci} = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \lambda_i \cos \gamma_i);$ 

• для вспомогательной режущей кромки углы схода рассчитывают аналогично. Следует отметить, что вклад вспомогательной режущей кромки в формирование и направление схода стружки присутствует только при больших значениях подач. Сечение срезаемого слоя для резцов с СМП характеризуется переменным значением толщины вдоль режущей кромки, так как все пластины имеют радиус при вершине. Определение направления схода стружки позволяет уточнить смысл и значение параметров сечения срезаемого слоя для резцов с СМП и случая несвободного косоугольного резания. Предложено использовать следующие параметры: эффективная толщина среза как средняя по элементарным участкам в направлении схода стружки, эффективная ширина и действительная площадь срезаемого слоя.

Для расчета эффективной толщины срезаемого слоя определены:  $\mathbf{a}'_c$  — проекция вектора схода стружки на основную плоскость;  $\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_i, \mathbf{c}_j, \mathbf{c}_{01}$  — векторы толщин среза по участкам на прямолинейной и радиусной частях главной и вспомогательной режущих кромках.

Передний угол в направлении схода стружки  $\gamma_c$  получен через скалярное произведение векторов  $\mathbf{a}_c$  и  $\mathbf{a}'_c$ .

Соответствующие углы схода стружки на основной плоскости по участкам на режущей кромке  $\eta'_{c0}$ ,  $\eta'_{ci}$ ,  $\eta'_{cj}$ ,  $\eta'_{c01}$  определены через скалярное произведение векторов  $\mathbf{c}_0$ ,  $\mathbf{c}_i$ ,  $\mathbf{c}_j$ ,  $\mathbf{c}_{01}$  и вектора  $\mathbf{a}'_c$ .

Эффективная толщина среза в направлении схода стружки усредняется по результатам суммирования по элементарным участкам:

$$a_{ef} = \frac{s}{m+k+k_{1}+m_{1}} \left( m\sin\varphi_{0}\cos\eta_{c0}' + \sum_{i=1}^{k}\sin\varphi_{i}\cos\eta_{ci}' + \sum_{j=1}^{k_{1}}\sin\varphi_{j}\cos\eta_{cj}' + m_{1}\sin\varphi_{01}\cos\eta_{c01}' \right), \quad (2)$$

где *s* — продольная подача; *m*, *m*<sub>1</sub> и *k*, *k*<sub>1</sub> — числа участков на прямолинейной и радиусной частях главной и вспомогательной кромки соответственно.

Эффективная ширина срезаемого слоя  $b_{ef}$  соответствует длине проекции режущей кромки на основную плоскость, а действительная площадь среза  $f_d$  равна сумме соответствующих площадей по элементарным участкам.

Узловым моментом модели процесса стружкообразования является определение положения поверхности сдвига, длины контакта стружки, сил и распределений контактных нагрузок на поверхностях лезвия. Общепринятой в теории резания является модель стружкообразования пластичных материалов с «условной плоскостью сдвига». Эта модель представлена в ряде отечественных и зарубежных работ и экспериментально обоснована с использованием метода делительных сеток или по шлифам корней стружек. Расчетные методы параметров стружкообразования в той или иной степени используют значение угла сдвига [2–6].

Предложено определять угол сдвига по выражению, которое прошло проверку при решении ряда задач механики резания и имеет вид

$$\beta' = \operatorname{arcctg} \frac{1,08k_1 \sqrt[4]{\eta_0 E_1 b_{ef}} / a_{ef} + \cos \gamma_c - \sin \gamma_c}{\cos \gamma_c + \sin \gamma_c}, (3)$$

где  $\eta_0$  — упругая постоянная двух соприкасающихся тел (*стружка-инструмент*),  $\eta_0 = = (1-\mu_1^2)/E_1 + (1-\mu_2^2)/E_2$ ;  $E_1$ ,  $E_2$  и  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  — модули упругости и коэффициенты Пуассона соответственно обрабатываемого и инструментального материалов.

Тогда средний коэффициент укорочения стружки

$$K_L = \left(\cos\gamma_c \operatorname{ctg} \beta' + \sin\gamma_c\right) k_2, \qquad (4)$$

где  $k_2$  — коэффициент, учитывающий влияние свойств обрабатываемых сталей.

Связь коэффициента  $k_1$  со скоростью резания в выражении (3) установлена путем обработки опубликованных экспериментальных данных Н.Н. Зорева, А.М. Розенберга и О.А. Розенберга:  $k_1 = 0,94v^{-0,355}$ , где v — скорость резания, м/с. Для выражения (4) установлена связь коэффициента  $k_2$  с параметром  $A_{2,5}$  и определена по 18 маркам сталей:  $k_2 = 1,051(A_{2,5}/500)^{-1,085}$ , где  $A_{2,5}$  — сопротивление сдвигу при истинном сдвиге 2,5 МПа. Параметр  $A_{2,5}$  можно заменить значением касательного напряжения в плоскости сдвига  $\tau_p$  на основании установленной тесной корреляционной связи этих величин:  $A_{2,5} \approx \tau_p$ .

В окончательном виде расчетное значение среднего угла сдвига откорректировано с учетом влияния скорости резания и свойств обрабатываемых сталей:

$$\operatorname{ctg} \beta = (K_L - \sin \gamma_c) / \cos \gamma_c , \qquad (5)$$

где коэффициент укорочения определяют по выражению (4).

Среднее значение угла сдвига отражает обобщенное положение условной плоскости

1 10/10/2012	Τ	аблица	2
--------------	---	--------	---

Исходные данные по силам резания при обработке сталей сборными резцами

Номер опыта	<i>v</i> , м/с	<i>s</i> , мм/об	<i>t</i> , мм	h <sub>z</sub> , мм	<i>Р<sub>z</sub></i> , кгс	<i>Р<sub>у</sub></i> , кгс	<i>Р<sub>x</sub></i> , кгс	Марка стали	Термообработка
1	2,21	0,42	3,00	0	235,01	71,5	121,9	40X	Нормализация
407	2,26	0,30	1,75	0,5	130,00	70,0	100,0	45	Нормализация
497	1,87	0,42	1,75	0	170,00	74,0	90,0	40X	Закалка, отпуск

сдвига, а средний коэффициент укорочения стружки — усредненное значение деформаций при формировании стружки. Вместе с тем для точных количественных оценок предложено более детальное описание положения поверхности сдвига, характерное для несвободного косоугольного резания. На основании анализа геометрических интерпретаций поверхностей сдвига, предложенных в работах Г.Л. Куфарева, В.Ф. Боброва и Т.Н. Лоладзе, угол сдвига принят переменным вдоль режущей кромки, а его значение — учитывающим влияние направления схода стружки по передней поверхности и наклон режущей кромки на элементарном участке. Предложены выражения для расчета углов сдвига:

 по прямолинейной части главной режущей кромки

$$\beta_0 = \beta (1 + k_b \delta_{c0}) - \beta \operatorname{sign}(\lambda_0) k_{db} |\lambda_0|; \qquad (6)$$

 по радиусной части главной режущей кромки

$$\beta_{i} = \beta (1 + k_{b} \delta_{ci}) - \beta \operatorname{sign}(\lambda_{i}) k_{db} |\lambda_{i}|, \qquad (7)$$

где  $k_b$  — коэффициент, учитывающий влияние направления схода стружки (несвободное резание);  $\delta_{c0}$ ,  $\delta_{ci}$  — углы между общим вектором схода стружки и условным вектором схода на элементарном участке (см. рис. 2);  $k_{db}$  — коэффициент, учитывающий влияние наклона участка режущей кромки (косоугольное резание).

Аналогичные выражения получены для расчета углов сдвига  $\beta_j$ ,  $\beta_{01}$  на радиусной и прямолинейной частях вспомогательной режущей кромки с использованием соответствующих углов  $\delta_{cj}$ ,  $\delta_{c01}$ . Значения углов подставляют в выражения (6), (7) в радианах.

Численные значения коэффициентов  $k_b$  и  $k_{db}$  установлены по результатам вычислитель-

ного эксперимента, при котором расчетные значения сил резания сравнивались с экспериментальной базой данных, включающей в себя 497 значений измеренных составляющих силы резания Pz, Py, Px. Эти опыты проведены сборными твердосплавными резцами с СМП различных форм при точении заготовок из 10 марок конструкционных углеродистых и легированных сталей в различном состоянии. Для опытов по силам использованы следующие диапазоны режимных параметров: скорость резания v = 0,44...4,5 м/с; подача s = 0,15... 0,53 мм/об; глубина резания t = 0,5...6 мм, износ резца  $h_z = 0,02...0,8$  мм. В качестве примера в табл. 2 приведены условия и результаты трех из 497 опытов по силам резания. Средние арифметические погрешности опыта по всей базе данных для трех составляющих силы резания составили, Н:  $S_z = 25,4$ ;  $S_y = 26,9$ ;  $S_x =$ = 30,0.

На графиках рис. 3 показано влияние коэффициента  $k_{db}$  на средние погрешности  $Q_{srz}$ ,  $Q_{sry}$ ,  $Q_{srx}$  при расчете составляющих силы резания.



Рис. 3. Влияние коэффициента  $k_{db}$  на средние погрешности  $Q_{srx}$  (1),  $Q_{sry}$  (2),  $Q_{srz}$  (3) при расчете составляющих силы резания

Здесь лучшие результаты по трем составляющим приняты при коэффициенте  $k_{db} = -1,1$ .

В табл. 3 показано изменение погрешностей по трем составляющим силы резания при постоянном значении коэффициента  $k_{db} = -1,1$ . Здесь лучшие результаты приняты при коэффициенте  $k_b = 0,05$ .

При таких значениях коэффициентов средние погрешности расчета составляющих силы резания в сравнении с экспериментальными данными по всей базе данных составили, Н:  $Q_{srz} = 88,5; Q_{sry} = 103,9; Q_{srx} = 103,0.$ 

На рис. 4 показана связь расчетных и экспериментальных значений главной составляющей силы резания по 497 опытным точкам. Связь — практически линейная с коэффициентом корреляции 0,98. Аналогичные результаты отмечены для двух других составляющих силы.

Если в выражениях (6), (7) принять  $k_{db} = 0$ ,  $k_b = 0$ , т. е. не учитывать переменный характер угла сдвига вдоль режущей кромки, то  $Q_{srz} = 134,2$  H;  $Q_{sry} = 89,7$  H;  $Q_{srx} = 173,6$  H.

Математическое описание угла сдвига по вы-

#### Таблица 3

Влияние коэффициента kb на погрешности составляющих силы резания

TC 1.1 Z	Средние погрешности, Н						
коэффициент к <sub>b</sub>	Qsrz	Qsry	Qsrx				
-0,12	105,0	90,8	133,3				
0	91,0	99,5	109,4				
0,05	88,5	103,9	103,0				
0,10	88,0	108,6	98,8				
0,20	91,2	118,2	96,5				
0,35	104,2	133,0	106,1				



*Рис.* 4. Связь расчетных и экспериментальных значений главной составляющей силы резания



Рис. 5. Изменение угла сдвига β по координатам t<sub>i</sub> вдоль режущей кромки при различных значениях радиуса вершины:

1 - r = 0,4 мм; 2 - r = 0,6 мм; 3 - r = 1,2 мм; 4 - r = 1,6 мм

ражениям (6), (7) позволяет детально представить форму поверхности сдвига и стружки, а также выполнить расчет силы стружкообразования.

В качестве примера на рис. 5 приведены расчетные кривые углов сдвига, заданных текущей координатой  $t_i$  вдоль оси Y, для различных значений радиуса вершины СМП формы WNUM ( $\phi_0 = 90^\circ$ ;  $\lambda_0 = 7,5^\circ$ ;  $\nu = 1,67$  м/с; t = 2 мм; s = 0,5 мм/об).

Эти графики отражают изменение угла сдвига как при несвободном (наличие радиуса вершины), так и при косоугольном (наличие угла наклона кромки) резании. Влияние несвободного резания снижается с уменьшением радиуса вершины.

Изменение углов сдвига в зависимости от текущей координаты для различных значений углов наклона кромки СМП формы TNGN-160408 ( $\phi_0 = 90^\circ$ , r = 0.8 мм) иллюстрируют графики, приведенные на рис. 6. Следует отметить, что при положительных углах наклона кромки углы сдвига больше, чем при отрицательных, и уменьшаются к вершине лезвия, а при отрицательных углах наклона кромки наоборот. Это положение полностью соответствует результатам известных исследований В.Ф. Боброва по влиянию угла наклона кромки на угол сдвига, из которых следует, что последний всегда больше для входящей точки режущей кромки, чем для выходящей.

Угол сдвига является переменным вдоль кромки, соответственно, коэффициент утолщения стружки также имеет переменное значение и уменьшается с ростом угла наклона кромки, снижением радиуса при вершине и



Рис. 6. Изменение угла сдвига β<sub>i</sub> по координатам t<sub>i</sub> вдоль режущей кромки при различных значениях угла наклона кромки:

угла наклона кромки:  $1 - \lambda_0 = 30^\circ$ ;  $2 - \lambda_0 = 15^\circ$ ;  $3 - \lambda_0 = 5^\circ$ ;  $4 - \lambda_0 = -7^\circ$ ;  $5 - \lambda_0 = -15^\circ$ 

увеличением подачи инструмента. Снижение радиуса при вершине и увеличение подачи оказывают одинаковое влияние на коэффициент утолщения, связанное с ростом эффективной толщины среза.

Уровень контактных давлений на рабочих поверхностях лезвия определяется не только свойствами обрабатываемого материала, но и положением поверхности сдвига, степенью деформации стружки, размерами сечения срезаемого слоя, температурой и коэффициентами трения на контактных площадках. Исходя из этих положений и учитывая взаимное влияние перечисленных факторов, рассмотрена схема для расчета сил на передней поверхности СМП, характерная для общего случая несвободного косоугольного резания (см. рис. 2). Согласно этой схеме, силы стружкообразования R<sub>c0</sub> и R<sub>ci</sub> рассчитаны по элементарным участкам на главной кромке, а общее действие сил резания на СМП рассматривалось в направлении схода стружки. Тогда силы стружкообразования на прямолинейной R<sub>c0</sub> и радиусной R<sub>ci</sub> частях главной режущей кромки имеют вид

$$R_{c0} = \frac{\tau_p a_0 b_0}{\sin \beta_0 \cos (\beta_0 + \omega_0)};$$
$$R_{ci} = \frac{\tau_p a_i b_i}{\sin \beta_i \cos (\beta_i + \omega_i)}.$$

Здесь  $a_0$  и  $b_0$  — толщина и ширина среза по прямолинейной части режущей кромки,  $a_0 = s \sin \varphi_0$ ,  $b_0 = [t - r(1 - \cos \varphi_0)]/(m \sin \varphi_0)$ , где m — пропорциональное число участков на прямолинейной части режущей кромки;

Через силы стружкообразования определены суммарные составляющие силы резания:

• действующие на передней поверхности в системе координат X'Y'Z' (см. рис. 1) —  $Z'_p$ ,  $Y'_p$ ,  $X'_p$  (на рис. 2 не показаны);

• действующие на СМП со стороны передней поверхности в системе координат  $XYZ - Z_p$ ,  $P_{zp} = -Z_p$ ;  $Y_p$ ,  $P_{yp} = -Y_p$ ;  $X_p$ ,  $P_{xp} = -X_p$  (на рис. 2 не показаны);

• действующие относительно плоскости схода стружки: нормальная к передней грани  $P_n$ , тангенциальная  $P_{t1}$ , а также сила, перпендикулярная плоскости схода стружки (вдоль вектора  $\mathbf{a}_5$ ),  $P_{t2}$ .

Под действием сил  $P_{t1}$  и  $P_{t2}$  со стороны стружки на переднюю поверхность вносится коррекция в первоначальное значение угла схода стружки в виде поправки  $\eta_{ck}$  в расчетной формуле (1):

$$\eta_{ck} = -\arctan\left(\frac{P_{t2}}{P_{t1}}\right), \ P_{t2} \ge 0;$$
  
$$\eta_{ck} = \arctan\left(\frac{|P_{t2}|}{P_{t1}}\right), \ P_{t2} < 0.$$

Контактные давления найдены через силы резания и площади контакта на поверхностях лезвия с учетом общепринятых эпюр их распределения. Для этого математически описано пятно контакта стружки с передней поверхностью СМП, определены максимальная длина контакта стружки с передней поверхностью  $l_{\rm max}$  и общая площадь контакта стружки с передней поверхностью  $f_p$  [1].

Схема сил и контактных давлений, действующих на лезвие в направлении схода стружки, показана на рис. 7.

Максимальная длина контакта стружки с передней поверхностью  $l_{\rm max}$  определена путем аппроксимации экспериментальных данных автора, полученных по замерам на изношенных твердосплавных СМП после обработки заготовок из конструкционных сталей при различных технологических режимах в виде полиномиального уравнения:

$$l_{\max} = 1,059 + 0,612x_1 + 0,357x_2 - 0,407x_1x_2 + 0,415x_1^2 + 0,288x_2^2 + 0,411x_1^3 + 0,156x_2^3.$$
 (8)



Рис. 7. Общая схема сил и контактных давлений, действующих на лезвие в направлении схода стружки

Здесь *x*<sub>1</sub>, *x*<sub>2</sub> — входящие переменные в кодированном (безразмерном) виде, зависящие от эффективной толщины среза и коэффициента укорочения стружки,

$$x_1 = C_{od}(a_{ef}; 0, 4; 0, 06); \ x_2 = C_{od}(K_L; 6; 1),$$

где *C*<sub>od</sub> — общее выражение для кодирования факторов;

$$x_{i} = C_{od} (x_{in}; x_{\max}; x_{\min}) =$$
  
= 2(lg x<sub>in</sub> - lg x<sub>max</sub>)/(lg x<sub>max</sub> - lg x<sub>min</sub>) + 1

 $(x_{in}$  — текущее значение с натуральной размерностью;  $x_{max}$  и  $x_{min}$  — максимальное и минимальное значения переменной).

В то же время известны формулы для расчета длины контакта стружки, предложенные Н.Г. Абуладзе, А.М. Розенбергом, О.А. Розенбергом, В.К. Старковым, Г.Г. Добровольским и другими исследователями [7–11]:

$$C_a = a_{ef} K_L^{0,1} \left[ K_L \left( 1 - \operatorname{tg} \gamma_c \right) + \operatorname{sec} \gamma_c \right] + 0,5; \quad (9)$$

$$C = a_{ef} \left( 2,05K_L - 0,55 \right); \tag{10}$$

$$C_0 = a_{ef} \frac{\sin(\beta - \gamma_c)}{\sin\beta} + \frac{0,48}{\sqrt[4]{m(n+1)}} \sqrt[4]{\eta_0 E_1 b_{ef} a_{ef}^3}; (11)$$

$$l_p = 2a_{ef} / \sin\beta, \qquad (12)$$

где в левой части уравнений использованы обозначения длины контакта стружки, введенные авторами в работах [7–11], а в правой — обозначения переменных, принятые в данной статье.

Расчетные значения максимальной длины контакта стружки с передней поверхностью инструмента, полученные по формуле автора (8), а также по формулам (9)–(12), сравнивались с экспериментальными данными. На рис. 8 показана связь значений максимальной длины контакта стружки, полученных при расчете по полиномиальному уравнению (8) и при замерах на изношенных СМП  $C_e$  по 37 точкам. Связь — линейная, с высоким значением коэффициента корреляции. Уравнения (8)–(12) дают близкие результаты по расчету длины контакта стружки (табл. 4).

После определения параметров контакта стружки с передней поверхностью можно проанализировать эпюры контактных давлений. Распределение контактных нормальных давлений на поверхностях лезвия изучено многими учеными (Н.Н. Зорев, М.Ф. Полетика, А.И. Бетанели, М.Х. Утешев и др.) при проведении экспериментальных и теоретических исследований. На основании результатов проведенных

#### Таблица 4

### Связь расчетных значений длины контакта стружки с результатами замеров по изношенным СМП

Выражение	Линейная связь	Коэффициент корреляции
(8)	y = 0,88x	0,78
(9)	y = 0,94x	0,72
(10)	y = 0,69x	0,82
(11)	y = 0,95x	0,79
(12)	y = 0,84x	0,83



Рис. 8. Связь значений максимальной длины контакта стружки, полученных при расчете по полиномиальному уравнению и при замерах по изношенным СМП

исследований эпюра нормальных давлений принята в виде

$$\sigma_p = \sigma_{\max} (1-m)^n; \quad m = x_p / l_1,$$
 (13)

где  $\sigma_{\text{max}}$  — максимальное контактное давление на режущей кромке; n — показатель степени;  $x_p$  — текущее расстояние от режущей кромки;  $l_1$  — полная длина контакта с учетом радиуса округления кромки.

Показатель степени в формуле (13) изменяется в зависимости от условий обработки и может быть рассчитан по выражению

$$n = 2 \left[ \frac{l_{\max}}{a_{ef} K_L \left( \mu_p + \sin \left( \beta - \gamma_c \right) \right) \cos \left( \beta - \gamma_c \right)} - 1 \right], (14)$$

где µ<sub>p</sub> — коэффициент трения на передней поверхности инструмента.

В табл. 5 приведены расчетные значения параметров для условий обработки заготовки из стали марки 40Х сборным резцом с СМП из твердого сплава марки T15К6 для различных значений подач при следующих исходных данных: v = 100 м/мин; t = 2 мм;  $h_z = 0,5$  мм;  $\lambda_0 = 7,5^\circ$ ;  $\varphi_0 = 90^\circ$ ; r = 1,2 мм. Параметры рассчитаны с помощью следующих формул: эффективная толщина среза  $a_{ef}$  — (2), показатель степени n — (14), длина контакта  $l_{max}$  — (8), коэффициент укорочения  $K_L$  — (4), угол сдвига  $\beta$  — (5). Коэффициент трения  $\mu_p$  определен через соотношение касательной и нормальной сил на передней поверхности.

Принимая максимальное контактное давление одинаковым вдоль всей режущей кромки, его значение в формуле (13) можно выразить через нормальную силу  $P_n$  на передней поверхности:

$$\sigma_{\max} = P_n(n+1)/f_p.$$

На рис. 9 показаны эпюры распределения нормальных контактных давлений на передней



Рис. 9. Распределение нормальных контактных давлений  $\sigma_p$  по длине передней поверхности  $l_p$  при различных значениях подачи: 1 - s = 0.5 мм/о6; 2 - s = 0.3 мм/о6;3 - s = 0.07 мм/о6

поверхности, рассчитанные в соответствии с данными табл. 5 по выражению (13).

Анализ контактных давлений, действующих на задней поверхности лезвия, показывает, что как для нормальных, так и для касательных давлений эпюры близки к параболическим, которые можно заменить распределением по «треугольнику».

Общая схема сил и нормальных контактных давлений на поверхностях лезвия приведена на рис. 7, где показано сечение лезвия, имеющее радиус округления кромки ρ. На схеме обозначены:  $l_1$  — длина полного контакта стружки с передней поверхностью (выше точки A);  $h_z$  износ на задней поверхности,  $l_2$  — общая длина контакта; үс и ас — передний и задний углы в направлении схода стружки. Точка А разделяет толщину среза на стружку и деформированный поверхностный слой (определяется значением критического переднего угла  $\gamma_k$  [12]). Нормальное контактное давление имеет максимальное значение  $\sigma_{max}$  на дуге AC. На передней поверхности резца со стороны стружки действуют нормальная сила  $P_n$  и касательная (трения)  $F_1$ ,

Таблица 5

Расчетные параметры стружкообразования и контакта стружки

<i>s</i> , мм/об	<i>а<sub>ef</sub></i> , мм	<i>b<sub>ef</sub></i> , мм	$\mu_p$	n	<i>l</i> <sub>max</sub> , мм	$f_p$ , мм <sup>2</sup>	$K_L$	β, град
0,07	0,05	2,72	0,49	7,9	0,77	1,03	3,5	15,1
0,12	0,08	2,74	0,46	5,6	0,92	1,34	3,2	16,5
0,3	0,19	2,98	0,42	3,0	1,26	2,05	2,8	18,4
0,5	0,31	3,19	0,39	2,9	1,90	3,38	2,6	19,5
Примечание. Угол схода стружки $\eta_c = -20, 2^\circ$ .								

а на задней поверхности — нормальная сила N<sub>2</sub> и касательная (трения) F<sub>2</sub>.

Исходя из приведенной схемы, можно определить средние значения нормального  $q_z$  и касательного  $\tau_z$  контактных давлений на задней поверхности лезвия, принимая, что трение носит адгезионный характер с условиями обычного внешнего трения очищенных поверхностей.

По результатам проведенных исследований разработан единый алгоритм, реализованный в расчетных программах Smp\_gp и Fiz10\_v3\_11k. Для выбранных условий обработки были получены параметры стружкообразования и контакта стружки (см. табл. 5), а также контактные давления тангенциальной составляющей силы резания  $P_{z0}$ , температуры передней  $T_1$  и задней  $T_2$  поверхностей, стойкость инструмента T (табл. 6).

## Выводы

1. Проведен анализ стружкообразования при несвободном косоугольном резании пластичных

## Литература

Таблица б

Расчетные значения давлений, температур, тангенциальной составляющей силы резания, стойкости инструмента

<i>s</i> , мм/об	$σ_{max}$ , ΜΠα	<i>qz</i> , МПа	$T_1$ , °C	<i>T</i> <sub>2</sub> , °C	$P_{z0}$ , H	Т, мин
0,07	3163	426	425	377	526	129
0,12	2886	501	524	423	751	99
0,3	2638	703	728	522	1560	49
0,5	2496	679	813	544	2313	33

материалов, результаты которого реализованы в виде расчетного алгоритма по геометрическим параметрам, параметрам стружкообразования, контактным давлениям, силам, температурам резания и стойкости инструмента.

2. Расчетные значения параметров стружкообразования и силы резания могут быть использованы для оптимизации режимных параметров по алгоритмам и процедурам, представленным в монографии [13].

- [1] Грубый С.В. Моделирование процесса резания твердосплавными и алмазными резцами. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 107 с.
- [2] Железнов Г.С., Железнова С.Г., Сергеев В.В. Основополагающие параметры процесса резания материалов. Вестник машиностроения, 2007, № 11, с. 40–42.
- [3] Гусев А.В., Закураев В.В., Ничков А.Г. О связи деформационных параметров стружкообразования с характеристиками колебаний при резании. Вектор науки ТГУ, 2015, № 3–1 (33–1), с. 52–59.
- [4] Ravi Shankar M., Verma R., Rao B.C., Chandrasekar S., Compton W.D., King A.H., Trumble K.P. Severe plastic deformation of difficult-to-deform materials at near-ambient temperature. *Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science*, 2007, vol. 38A, is. 9, pp. 1899–1905.
- [5] Petrushin S.I., Proskokov A.V. Theory of Constrained Cutting: Chip Formation with a Developed Plastic Deformation Zone. *Russian Engineering Research*, 2010, vol. 30, no. 1, pp. 45–50.
- [6] Ярославцев В.М. Механика процесса резания пластически деформированных металлов с неоднородными свойствами по толщине срезаемого слоя. *Наука и образование*. *МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2011, № 8. URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/195350.html (28 мая 2016).
- [7] Старков В.К. Расчет длины контакта стружки с передней поверхностью инструмента. Резание и инструмент. Республиканский межведомственный тематический научнотехнический сборник, Харьков, Вища школа, 1974, № 9, с. 18–23.
- [8] Старков В.К. Физика и оптимизация резания материалов. Москва, Машиностроение, 2009. 640 с.
- [9] Добровольский Г.Г., Жоголев Д.А. Расчет угла сдвига и усадки стружки при алмазном микроточении. Сверхтвердые материалы, 1983, № 5, с. 44–49.
- [10] Розенберг А.М., Розенберг О.А. Расчет сил при резании пластичных металлов. *Сверхтвердые материалы*, 1987, № 4, с. 48–54.

- [11] Сидоренко Л.С. Расчет размеров контактных площадок при взаимодействии передней поверхности инструмента со стружкой. Вестник машиностроения, 2005, № 6, с. 56–64.
- [12] Виноградов А.А. К вопросу определения сил на задней поверхности инструмента. Сверхтвердые материалы, 1989, № 1, с. 46–51.
- [13] Грубый С.В. Оптимизация процесса механической обработки и управление режимными параметрами. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 149 с.

## References

- Grubyi S.V. Modelirovanie protsessa rezaniia tverdosplavnymi i almaznymi reztsami [Simulation of the process of cutting carbide and diamond tools]. Moscow, Bauman Press, 2010. 107 p.
- [2] Zheleznov G.S., Zheleznova S.G., Sergeev V.V. Osnovopolagaiushchie parametry protsessa rezaniia materialov [Basic parameters of the cutting process materials]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 2007, no. 11, pp. 40–42.
- [3] Gusev A.V., Zakuraev V.V., Nichkov A.G. O sviazi deformatsionnykh parametrov struzhkoobrazovaniia s kharakteristikami kolebanii pri rezanii [About association of deformation parameters of chip formation and characteristics of fluctuations during cutting]. *Vektor nauki TGU* [Vector Science TSU]. 2015, no. 3–1 (33–1), pp. 52–59.
- [4] Ravi Shankar M., Verma R., Rao B.C., Chandrasekar S., Compton W.D., King A.H., Trumble K.P. Severe plastic deformation of difficult-to-deform materials at near-ambient temperature. *Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science*, 2007, vol. 38A, is. 9, pp. 1899–1905.
- [5] Petrushin S.I., Proskokov A.V. Theory of Constrained Cutting: Chip Formation with a Developed Plastic Deformation Zone. *Russian Engineering Research*, 2010, vol. 30, no. 1, pp. 45–50.
- [6] Yaroslavtsev V.M. Mekhanika protsessa rezaniia plasticheski deformirovannykh metallov s neodnorodnymi svoistvami po tolshchine srezaemogo sloia [Mechanics of cutting processes of plastically deformed metals with non-uniform properties of cutting layer]. Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana [Science and Education. Bauman MSTU]. 2011, no. 8. Available at: http://technomag.bmstu.ru/doc/195350.html (accessed 28 May 2016).
- [7] Starkov V.K. Raschet dliny kontakta struzhki s perednei poverkhnost'iu instrumenta [Calculation chip contact length with the front surface of the tool]. *Rezanie i instrument. Respublikanskii mezhvedomstvennyi tematicheskii nauchno-tekhnicheskii sbornik* [Cutting and tool. Republican interdepartmental thematic scientific and technical collection]. Kharkov, Vishcha shkola publ., 1974, no. 9, pp. 18–23.
- [8] Starkov V.K. *Fizika i optimizatsiia rezaniia materialov* [Physics and optimization of cutting materials]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2009. 640 p.
- [9] Dobrovol'skii G.G., Zhogolev D.A. Raschet ugla sdviga i usadki struzhki pri almaznom mikrotochenii [The calculation of the angle shift and shrink chip with micro diamond turning]. Sverkhtverdye materialy [Journal of Superhard Materials]. 1983, no. 5, pp. 44–49.
- [10] Rozenberg A.M., Rozenberg O.A. Raschet sil pri rezanii plastichnykh metallov [Calculation of forces when cutting ductile metals]. *Sverkhtverdye materialy* [Journal of Superhard Materials]. 1987, no. 4, pp. 48–54.
- [11] Sidorenko L.S. Raschet razmerov kontaktnykh ploshchadok pri vzaimodeistvii perednei poverkhnosti instrumenta so struzhkoi [Calculation of the contact areas dimensions at interaction of tool face surface with chip]. *Vestnik mashinostroeniia* [Russian Engineering Research]. 2005, no. 6, pp. 56–64.
- [12] Vinogradov A.A. K voprosu opredeleniia sil na zadnei poverkhnosti instrumenta [On the determination of the forces on the rear surface]. Sverkhtverdye materialy [Journal of Superhard Materials]. 1989, no. 1, pp. 46–51.

[13] Grubyi S.V. Optimizatsiia protsessa mekhanicheskoi obrabotki i upravlenie rezhimnymi parametrami [Optimizing the machining process and the management regime parameters]. Moscow, Bauman Press, 2014. 149 p.

Статья поступила в редакцию 23.06.2016

# Информация об авторах

ГРУБЫЙ Сергей Витальевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Инструментальная техника и технологии». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: grusv@yandex.ru).

## Information about the authors

**GRUBYY Sergey Vitalievich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Tools and Tooling Technology Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: grusv@yandex.ru).



## В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет 8-е издание учебника под редакцией Г.А. Тимофеева

### «Теория механизмов и механика машин»

В настоящем, восьмом, переработанном и дополненном издании учебника изложены основы теории механизмов и механики машин, рассмотрены свойства отдельных типов механизмов, широко применяемых в самых различных конструкциях машин, приборов и устройств; приведены и проанализированы задачи совершенствования современной техники, создания высокопроизводительных машин и систем, освобождающих человека от трудоемких процессов; с учетом упругости звеньев, трения и изнашивания кинематических пар, виброактивность и виброзащита; методы проектирования схем основных видов механизмов, управление движением системы механизмов; основы автоматизированного проектирования механизмов машин.

Учебник отражает современные научные и практические знания, используемые при решении задач преобразования и передачи механической энергии, при проектировании и создании самых различных видов технических средств. Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования четвертого поколения и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

Для чтения пособия достаточно уверенного владения математикой в объеме средней школы.

#### По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97; press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru