

УДК 62-133; 621.833.51

DOI 10.18698/0536-1044-2016-12-21-27

Кинематический анализ планетарного зубчатого механизма преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное

А.А. Приходько, А.И. СмелягинКубанский государственный технологический университет, 350072, Краснодар,
Российская Федерация, ул. Московская, д. 2

The Kinematic Analysis of a Planetary Gear Mechanism for Converting Rotational Motion into Reciprocating Rotational Motion

A.A. Prikhodko, A.I. Smelyagin

Kuban State Technological University, 350072, Krasnodar, Russian Federation, Moscovskaya St., Bldg. 2



e-mail: sannic92@gmail.com, asmelyagin@yandex.ru

i Механизмы, в которых вращательное движение преобразуется в возвратно-вращательное, широко распространены в машиностроении. Традиционно в качестве таких преобразователей применяют рычажные механизмы, имеющие большие габаритные размеры и малый коэффициент использования объема привода. В связи с этим предложено использовать двухрядный планетарный зубчатый механизм с двумя внешними зацеплениями, в котором круглые колеса заменены на эллиптические, в результате чего за счет переменного передаточного отношения эллиптических колес вращательное движение входного звена преобразуется в возвратно-вращательное движение выходного. Проведен кинематический анализ предложенного механизма, в результате которого найдены функция угла поворота и аналог скорости выходного вала. Показано, что угол качания зависит от выбора эксцентриситетов эллиптических колес и взаимного расположения колес сателлита. Угол качания возрастает с увеличением эксцентриситетов эллиптических колес, при этом наблюдается асимметрия хода выходного вала. Рассматриваемые преобразователи могут быть рекомендованы к применению в машинах, имеющих большой коэффициент изменения скорости хода механизма.

Ключевые слова: планетарный механизм, преобразование движения, возвратно-вращательное движение, эллиптические зубчатые колеса, кинематический анализ, аналог угловой скорости, угол качания.

i Mechanisms that convert rotational motion into reciprocating rotational motion are widespread in mechanical engineering. Traditionally, these converters are lever mechanisms that have large dimensions, as well as a small volume utilization factor of the drive. It is proposed to use a double-row planetary gear mechanism with two external gears in which circular gearwheels are replaced by elliptical ones. As a result, the rotational motion of the input link is converted into the reciprocating rotational motion of the output link due to the variable gear ratio of elliptical gears. The kinematic analysis of the proposed mechanism is conducted; the rotation angle function and the velocity analogue of the output shaft are determined. It is shown that an oscillation angle depends on the selection of the elliptical

gearwheel eccentricities and the position of the satellite gears. The oscillation angle increases with the increase of the wheel eccentricity; and asymmetry of the output shaft speed is observed. The proposed converters can be recommended for use in vehicles that have a large coefficient of the mechanism's velocity change.

Keywords: planetary gear, conversion of motion, reciprocating rotational motion, elliptical gearwheels, kinematic analysis, angular velocity analogue, oscillation angle.

Рабочие органы современных машин и механизмов совершают различные виды движения. Для обеспечения требуемых законов движения машины снабжают преобразователями движения. Преобразователи, в которых вращательное движение трансформируется в возвратно-вращательное, нашли широкое распространение в современной технике [1–4]. На базе таких преобразователей построены исполнительные механизмы поперечно-строгальных и долбежных станков, полиграфических и текстильных машин, качающихся конвейеров и камнедробилок, цикловых технологических машин-автоматов, манипуляторов и многих других устройств и машин.

В большинстве машин такое преобразование осуществляется посредством шарнирных четырехзвенников или кулисных механизмов [3, 4], основным недостатком которых являются большие габаритные размеры. Кроме того, в кулисных механизмах возникает большое трение в поступательных парах, что приводит к усложнению конструкции и снижению надежности исполнительных механизмов, передающих значительные нагрузки.

Для преобразования движения в различных технологических машинах также применяются

электромагнитные механизмы [5]. Исследования показали, что такие устройства являются эффективными и надежными, легко регулируются по частоте и амплитуде и могут быть рекомендованы к широкому практическому применению. Однако в электромагнитном приводе отсутствует жесткая кинематическая связь, что вызывает необходимость применения специальных систем управления и дополнительного охлаждения.

Планетарные механизмы лишены вышеуказанных недостатков, однако применение только цилиндрических зубчатых колес не позволяет реализовать возвратно-вращательное движение выходного вала. В работе [6] показана возможность получения переменной по величине и направлению скорости вращения ведомого звена при постоянной скорости вращения ведущего, если в двухрядном планетарном редукторе с двумя внешними зацеплениями заменить две пары цилиндрических колес эллиптическими. Однако в этом исследовании рассмотрены лишь частные случаи механизмов с эллиптическими колесами, когда эксцентриситеты обеих пар равны и эллиптические колеса сателлита повернуты на угол 180° .

Цель работы — исследование кинематики планетарного зубчатого механизма, преобразующего вращательное движение входного вала в возвратно-вращательное движение выходного вала и имеющего в своем составе эллиптические зубчатые колеса.

Рассмотрим конструкцию предлагаемого механизма (рис. 1). Он включает в себя: эллиптические зубчатые колеса сателлитов 1 и 2, соединяющий колеса сателлита вал 3, входной вал 4, стойку 5, эллиптическое солнечное колесо 6, водило 7, выходной вал 9 и его эллиптическое зубчатое колесо 8. В этом механизме каждая пара эллиптических зубчатых колес 6, 2 и 8, 1 имеет одинаковые полуоси, причем межосевые расстояния обеих пар равны.

Входному валу 4 сообщается вращательное движение, которое передается водилу 7, благодаря чему подвижное эллиптическое зубчатое колесо 2 обкатывается по солнечному эллипти-

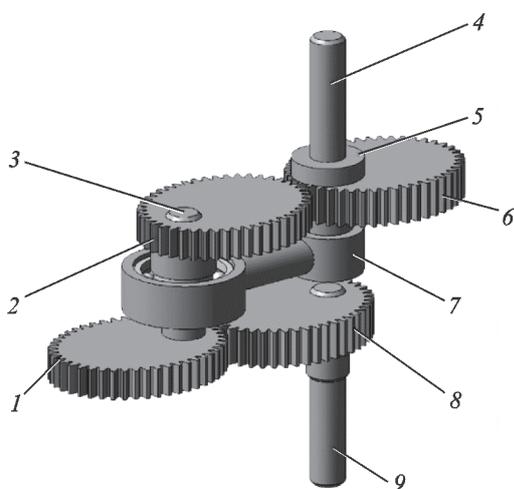


Рис. 1. Планетарный механизм преобразования вращательного движения в возвратно-вращательное

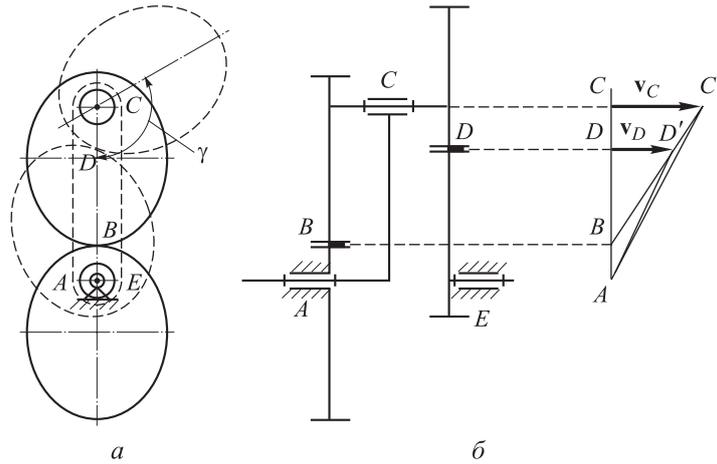


Рис. 2. Кинематическая схема рассматриваемого механизма (а) и план его скоростей (б)

ческому зубчатому колесу 6. Вращательное движение подвижного колеса 2 через вал 3 и эллиптическую шестерню 1 передается эллиптическому зубчатому колесу 8 и выходному валу 9. Выходной вал через полный оборот входного вала 4 оказывается в том же положении, однако благодаря переменным передаточным отношениям пара эллиптических колес 6, 2 и 8, 1 совершает возвратно-вращательное движение.

Согласно работе [7], для проведения кинематического анализа изобразим кинематическую схему в одном из положений и построим план линейных скоростей звеньев механизма (рис. 2).

В соответствии с рис. 2 аналог угловой скорости выходного вала 9 определяется по формуле

$$\omega'_9 = \frac{\omega_9}{\omega_4} = \frac{v_D \cdot AC}{v_C \cdot DE} = \frac{DD' \cdot AC}{CC' \cdot DE} = \frac{BD \cdot AC}{BC \cdot DE}, \quad (1)$$

где ω_9 и ω_4 — угловые скорости выходного и входного валов.

Для определения длин отрезков, входящих в уравнение (1), необходимо рассмотреть уравнение эллипса в полярных координатах. Согласно

работе [8], если фокус ведущего эллипса принять за полюс, а большую ось — за полярную ось (рис. 3), то уравнение эллипса примет вид

$$\rho(\varphi) = \frac{p}{1 - e \cos \varphi};$$

$$p = a(1 - e^2),$$

где φ — угол поворота эллипса, фокус которого принят за полюс; p — фокальный параметр эллипса; e — эксцентриситет эллипса; a — большая полуось эллипса.

Поскольку в механизме две пары эллиптических колес, то в соответствии с рис. 4 получим следующие уравнения эллипсов:

$$\rho_6(\varphi_6) = \frac{a(1 - e_1^2)}{1 - e_1 \cos \varphi_6}; \quad (2)$$

$$\rho_1(\varphi_1) = \frac{a(1 - e_2^2)}{1 - e_2 \cos \varphi_1}, \quad (3)$$

где φ_6, φ_1 — углы поворота эллипсов; e_1 — эксцентриситет первой пары эллиптических

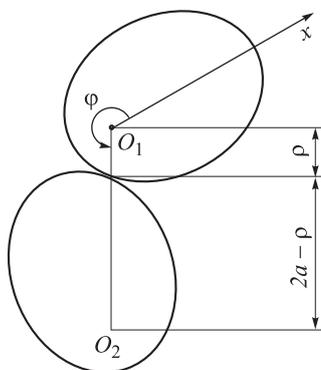


Рис. 3. Схема зацепления пары эллиптических колес

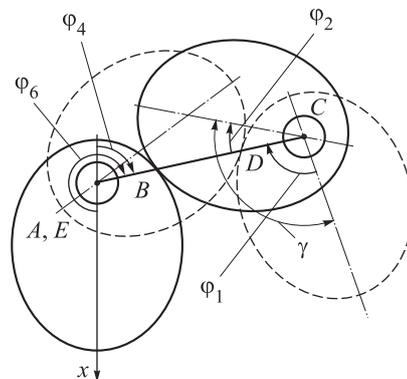


Рис. 4. Расчетная схема планетарного механизма с двумя парами эллиптических колес

колес 6, 2 (см. рис. 1); e_2 — эксцентриситет второй пары эллиптических колес 8, 1.

Для решения уравнений (2) и (3) необходимо найти взаимосвязи между углами поворота эллиптических колес планетарного механизма. (Далее рис. 4 и 1 рассматриваем параллельно.) Согласно рис. 4, формулы для нахождения углов поворота имеют вид

$$\varphi_6 = \varphi_4 + \pi; \quad (4)$$

$$\varphi_2 = \int u_{26} d\varphi_6; \quad (5)$$

$$\varphi_1 = \gamma - \varphi_2, \quad (6)$$

где γ — угол между эллиптическими колесами 2 и 1; u_{26} — функция передаточного отношения пары эллиптических колес 2, 6, которая определяется выражением [6, 9]

$$u_{26} = \frac{1 - e_1^2}{1 + e_1^2 - 2e_1 \cos \varphi_6}. \quad (7)$$

Таким образом, уравнения (4)–(7) позволяют найти значения ρ_6 и ρ_1 при любом угле поворота входного вала φ_4 .

Тогда длины отрезков (см. рис. 4), входящих в уравнение (1), определяются по формулам:

$$BD = 2a - \rho_6 - \rho_1; \quad (8)$$

$$BC = 2a - \rho_6; \quad (9)$$

$$AC = 2a; \quad (10)$$

$$DE = 2a - \rho_1. \quad (11)$$

Подставив выражения (8)–(11) в уравнение (1), получим аналог угловой скорости выходного вала 9 планетарного механизма:

$$\varphi_9' = \frac{(2a - \rho_6 - \rho_1)2a}{(2a - \rho_6)(2a - \rho_1)}.$$

Угол поворота выходного вала 9 механизма в зависимости от угла поворота входного вала 4 определяется по выражению

$$\varphi_9 = \int \frac{(2a - \rho_6 - \rho_1)2a}{(2a - \rho_6)(2a - \rho_1)} d\varphi_4. \quad (12)$$

Одной из кинематических характеристик при проектировании преобразователей вращательного движения в возвратно-вращательное является угол качания выходного вала, который определяется следующим образом:

$$\alpha = \varphi_{\max} - \varphi_{\min},$$

где φ_{\max} и φ_{\min} — максимальный и минимальный углы поворота выходного вала.

Угол поворота выходного вала при заданном значении межосевого расстояния зависит от эксцентриситетов e_1 и e_2 эллиптических колес, а также от угла γ между эллиптическими колесами 2 и 1, расположенными на валу сателлита. Для исследования влияния данных геометрических параметров на угол качания выходного вала преобразователя рассмотрим два примера.

Пример 1. Исследуем несколько конфигураций планетарного механизма с различными эксцентриситетами эллиптических колес, при этом угол γ во всех случаях примем равным 180° . Используя формулу (12), построим функции положений выходного вала для различных механизмов (рис. 5).

Из рис. 5 видно, что с увеличением эксцентриситетов эллиптических колес возрастают угол качания и асимметрия хода выходного вала. При значениях эксцентриситетов, близких к единице, углы $\varphi_{9\max}$ и $\varphi_{9\min}$ стремятся к π и $-\pi$ соответственно.

Оценим асимметрию хода с помощью предложенного в работе [10] коэффициента изменения скорости хода механизма:

$$k = \frac{\varphi_{p.x}}{\varphi_{x.x}}, \quad (13)$$

где $\varphi_{p.x}$ и $\varphi_{x.x}$ — углы поворота входного вала при рабочем и холостом ходах.

Для нахождения коэффициента k проведем на графике (см. рис. 5) отрезки AB_n и CD_n (n — номер кривой на графике), которые проходят через экстремумы функций $\varphi_9(\varphi_4)$ при раз-

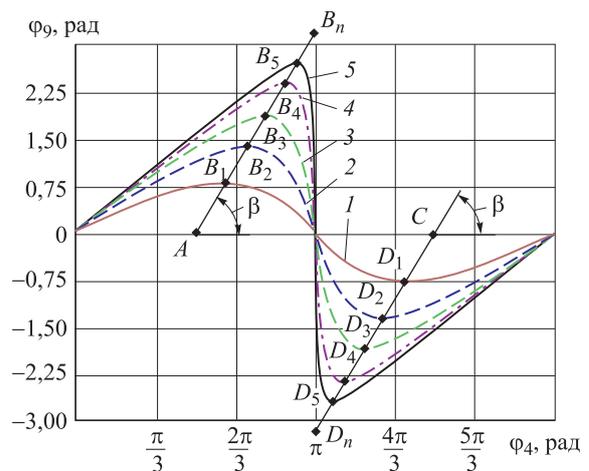


Рис. 5. Зависимости угла поворота выходного вала φ_9 от угла поворота входного вала φ_4 при различных значениях эксцентриситетов эллиптических колес:

1 — $e_1 = 0,2$, $e_2 = 0,2$; 2 — $e_1 = 0,2$, $e_2 = 0,5$; 3 — $e_1 = 0,5$, $e_2 = 0,5$; 4 — $e_1 = 0,5$, $e_2 = 0,8$; 5 — $e_1 = 0,8$, $e_2 = 0,8$

личных эксцентриситетах и пересекают ось φ_4 в точках $A (\pi/2; 0)$ и $C (3\pi/2; 0)$. Выполнив необходимые построения и учитывая, что график функции симметричен относительно оси φ_4 , определим углы поворота входного вала на холостом и рабочем ходах:

$$\varphi_{х.х} = \pi - 2AB_n \cos\beta; \quad (14)$$

$$\varphi_{р.х} = 2\pi - \varphi_{х.х} = \pi + 2AB_n \cos\beta, \quad (15)$$

где β — угол между AB_n и осью φ_4 .

С учетом того, что $AB_n = \varphi_{9\max}/\sin\beta$ и $\text{ctg } \beta = 0,5$, преобразуем выражения (14), (15) и получим

$$\varphi_{х.х} = \pi - \varphi_{9\max}; \quad (16)$$

$$\varphi_{р.х} = \pi + \varphi_{9\max}. \quad (17)$$

Подставив соотношения (16) и (17) в выражение (13), определим коэффициент изменения скорости хода механизма:

$$k = \frac{\pi + \varphi_{9\max}}{\pi - \varphi_{9\max}}. \quad (18)$$

Анализ уравнения (18) и кривых, приведенных на рис. 5, позволяет сделать следующий вывод. Поскольку с увеличением эксцентриситетов эллиптических колес угол $\varphi_{9\max}$ возрастает от 0 до π , коэффициент k лежит в диапазоне от 1 до $+\infty$, что позволяет выбирать асимметрию хода создаваемых механизмов в широких пределах.

С практической точки зрения применение эллиптических колес с большими эксцентриситетами нецелесообразно, так как отношение малой полуоси эллипса к большой полуоси стремится к нулю, а значит, колеса получатся слишком узкими, что не позволит их изготовить. При необходимости значительного увеличения угла качания на выходном валу требуется установить дополнительную зубчатую передачу.

Пример 2. Рассмотрим несколько конфигураций планетарного механизма с различными углами γ , при этом эксцентриситеты эллиптических колес во всех механизмах примем одинаковыми: $e_1 = e_2 = 0,5$. Построим функции положений выходного вала для рассматриваемого примера (рис. 6).

Из рис. 6 следует, что при уменьшении угла γ между эллиптическими колесами 2 и 1 угол качания также снижается, а при $\gamma = 0^\circ$ во время

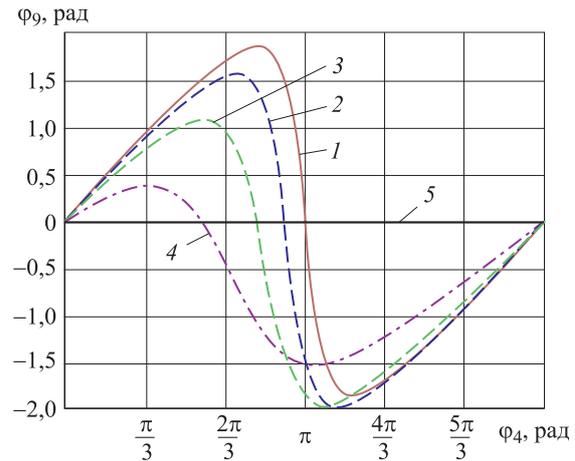


Рис. 6. Зависимости угла поворота выходного вала φ_9 от угла поворота входного вала φ_4 при различных значениях угла между эллиптическими зубчатыми колесами сателлита: 1 — $\gamma = 180^\circ$; 2 — $\gamma = 135^\circ$; 3 — $\gamma = 90^\circ$; 4 — $\gamma = 45^\circ$; 5 — $\gamma = 0^\circ$

работы механизма выходной вал остается неподвижным.

Выводы

1. В качестве исполнительных механизмов различных технологических машин (перемешивающих устройств, компрессоров, насосов, машин-автоматов и др.), во время работы которых необходимо преобразование вращательного движения в возвратно-вращательное, предложено использовать планетарные передачи с эллиптическими колесами. Такие механизмы являются более компактными по сравнению с рычажными. В исследуемой передаче передаточное отношение от цикла к циклу постоянно и равно единице, а мгновенное передаточное отношение достигает высоких значений только во время кратковременных остановок выходного вала, поэтому КПД передачи, по предварительным оценкам, составит не менее 90 %.

2. Кинематический анализ рассмотренных механизмов показал, что при заданном значении межосевого расстояния, а соответственно, и габаритных размеров корпуса функция угла поворота выходного вала $\varphi_9(\varphi_4)$ зависит от эксцентриситетов e_1 и e_2 эллиптических колес, а также от угла γ между эллиптическими колесами, расположенными на валу сателлита. При увеличении эксцентриситетов увеличивается угол качания и асимметрия прямого и обратного хода выходного вала. Наибольшие угол качания и асимметрия хода достигаются макси-

мальными значениями эксцентриситетов эллиптических колес при $\gamma = 180^\circ$.

3. Найденные кинематические зависимости планетарной передачи с эллиптическими коле-

сами позволят проводить динамический и силовой анализ создаваемых на ее основе машин.

Литература

- [1] Sclater N., Chironis N.P. *Mechanisms and mechanical devices source-book*. New York, McGraw-Hill, 2001. 493 p.
- [2] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of machines and mechanisms*. Oxford University Press, 2003. 734 p.
- [3] Kim J.W., Seo T., Kim J. A new design methodology for four-bar linkage mechanisms based on derivations of coupler curve. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, vol. 100, pp. 138–154.
- [4] Малолетов А.В., Брискин Е.С. Управление цикловым шагающим движителем на основе шарнирного четырехзвенника с изменяемой длиной коромысла. *Известия ВолгГТУ*, 2014, т. 21, № 12, с. 163–169.
- [5] Яцун С.Ф., Локтионова О.Г. *Вибрационные машины и технологии для переработки гранулированных сред*. Старый Оскол, Тонкие наукоемкие технологии, 2009. 296 с.
- [6] Литвин Ф.Л. *Некруглые зубчатые колеса*. Москва, Ленинград, Машгиз, 1956. 312 с.
- [7] Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Kinematic analysis of mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 87–92.
- [8] Акопян А.В., Заславский А.А. *Геометрические свойства кривых второго порядка*. Москва, МЦНМО, 2007. 136 с.
- [9] Litvin F.L., Fuentes A. *Gear geometry and applied theory*. Cambridge University Press, 2004. 800 p.
- [10] Зиновьев В.А. *Курс теории механизмов и машин*. Москва, Наука, 1975. 384 с.

References

- [1] Sclater N., Chironis N.P. *Mechanisms and mechanical devices source-book*. New York, McGraw-Hill, 2001. 493 p.
- [2] Uicker J.J., Pennock G.R., Shigley J.E. *Theory of machines and mechanisms*. Oxford University Press, 2003. 734 p.
- [3] Kim J.W., Seo T., Kim J. A new design methodology for four-bar linkage mechanisms based on derivations of coupler curve. *Mechanism and Machine Theory*, 2016, vol. 100, pp. 138–154.
- [4] Maloletov A.V., Briskin E.S. Upravlenie tsiklovym shagaiushchim dvizhitelem na osnove sharnirnogo chetyrekhzvennika s izmeniaemoi dlinoi koromysla [Control of cyclic walking mover based on the four-hinge mechanism with variable-length rocker]. *Izvestiia VolgGTU* [News of Volgograd State Technical University]. 2014, vol. 21, no. 12, pp. 163–169.
- [5] Iatsun S.F., Loktionova O.G. *Vibratsionnye mashiny i tekhnologii dlia pererabotki granulirovannykh sred* [Vibrating machines and technology for the processing of granular media]. Staryi Oskol, Tonkie naukoemkie tekhnologii, 2009. 296 p.
- [6] Litvin F.L. *Nekruglye zubchatye kolea* [Non-circular gears]. Moscow, Leningrad, Mashgiz publ., 1956. 312 p.
- [7] Prikhodko A.A., Smelyagin A.I. Kinematic analysis of mechanism for converting rotational motion into reciprocating rotational motion. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 129, pp. 87–92.
- [8] Akopian A.V., Zaslavskii A.A. *Geometricheskie svoistva krivykh vtorogo poriadka* [Geometric properties of second-order curves]. Moscow, MTsNMO publ., 2007. 136 p.
- [9] Litvin F.L., Fuentes A. *Gear geometry and applied theory*. Cambridge University Press, 2004. 800 p.
- [10] Zinov'ev V.A. *Kurs teorii mekhanizmov i mashin* [The course of the theory of mechanisms and machines]. Moscow, Nauka publ., 1975. 384 p.

Информация об авторах

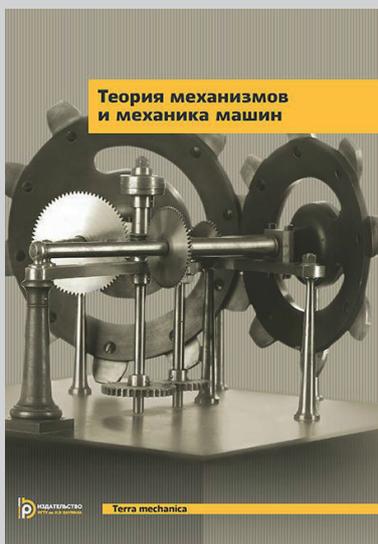
ПРИХОДЬКО Александр Александрович (Краснодар) — аспирант кафедры «Теоретическая механика». Кубанский государственный технологический университет (350072, Краснодар, Российская Федерация, ул. Московская, д. 2, e-mail: sannic92@gmail.com).

СМЕЛЯГИН Анатолий Игоревич (Краснодар) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теоретическая механика». Кубанский государственный технологический университет (350072, Краснодар, Российская Федерация, ул. Московская, д. 2, e-mail: asmelyagin@yandex.ru).

Information about the authors

PRIKHODKO Aleksander Aleksandrovich (Krasnodar) — Postgraduate, Theoretical Mechanics Department. Kuban State Technological University (350072, Krasnodar, Russian Federation, Moscovskaya St., Bldg. 2, e-mail: sannic92@gmail.com).

SMELYAGIN Anatoly Igorevich (Krasnodar) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Theoretical Mechanics Department. Kuban State Technological University (350072, Krasnodar, Russian Federation, Moscovskaya St., Bldg. 2, e-mail: asmelyagin@yandex.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет 8-е издание учебника
под редакцией Г.А. Тимофеева

«Теория механизмов и механика машин»

В настоящем, восьмом, переработанном и дополненном издании учебника изложены основы теории механизмов и механики машин, рассмотрены свойства отдельных типов механизмов, широко применяемых в самых различных конструкциях машин, приборов и устройств; приведены и проанализированы задачи совершенствования современной техники, создания высокопроизводительных машин и систем, освобождающих человека от трудоемких процессов; с учетом упругости звеньев, трения и изнашивания кинематических пар, виброактивность и виброзащита; методы проектирования схем основных видов механизмов, управление движением системы механизмов; основы автоматизированного проектирования механизмов машин.

Учебник отражает современные научные и практические знания, используемые при решении задач преобразования и передачи механической энергии, при проектировании и создании самых различных видов технических средств. Соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту высшего образования четвертого поколения и методическим требованиям, предъявляемым к учебным изданиям.

Для чтения пособия достаточно уверенного владения математикой в объеме средней школы.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru