

Расчет и конструирование машин

УДК 621.833.7

10.18698/0536-1044-2016-10-3-8

Анализ влияния ошибок изготовления деталей волновой зубчатой передачи на ее кинематическую погрешность

Г.А. Тимофеев, Ф.И. Фурсяк

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

The Estimation of the Influence of Manufacturing Faults in a Harmonic Drive on the Kinematic Error

G.A. Timofeev, F.I. Fursyak

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: timga@bmstu.ru

i Волновые зубчатые передачи в последние десятилетия получили широкое распространение в приводах авиационной и космической техники, электромеханических приводах промышленных роботов и различных станков, поскольку волновые зубчатые передачи, имея небольшие габаритные размеры и массу, обеспечивают преобразование движения с малой кинематической погрешностью и высокими показателями крутильной жесткости и КПД. В работе дана оценка степени влияния ошибок отдельных звеньев двухволновой зубчатой передачи с дисковым генератором волн на кинематическую погрешность передачи, определяемую методом плеча и линии действия. Проведено сравнение результатов предлагаемого метода оценки и данных экспериментальных исследований.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, кинематическая погрешность, дисковый генератор волн, плечо, линия действия.

i The past few decades have seen the wide use of harmonic drives in aircraft and aerospace industries, electromechanical drives of industrial manipulators and various machine tools. This may be explained by the fact that while having small overall dimensions and low weight, harmonic drives can provide motion transmission with low composite deviation, high level of torque stiffness and coefficient of efficiency. The paper assesses the degree of influence of faults in individual links of a two-wave harmonic drive with a disk-type wave generator on the drive's kinematic error, determined by the shoulder and line of action method. The results obtained using the proposed method and the experimental results are compared.

Keywords: harmonic drive, kinematic error, disk-type wave generator, shoulder, line of action.

Решающую роль в неточности работы сложных зубчатых механизмов играют погрешности изготовления и сборки деталей, создающие отклонения размеров, формы и взаимного распо-

ложения элементов кинематических пар. При движении звеньев механизма эти отклонения являются причиной образования избыточных перемещений ведомых звеньев [1, 2].

Волновая зубчатая передача (ВЗП) относится к сложным зубчатым механизмам, так как при работе кроме движений, осуществляемых жесткими звеньями, совершаются движения упругой деформации гибких колес. Исследование точности сложных механизмов обычно проводят после их предварительной разбивки на ряд простейших. Двухволновую зубчатую передачу с дисковым генератором волн, имеющую симметричные зоны зацепления (см. рисунок) можно условно рассматривать в одной волне деформации гибкого колеса как состоящую из последовательно соединенных зубчатой и фрикционной передач. В обеих передачах зоны контакта представляют собой высшие кинематические пары.

Цель работы — анализ влияния погрешностей изготовления и сборки элементов ВЗП (гибкого и жесткого зубчатых колес, узла дискового генератора волн, выходного вала), оценка влияния многопарности и многозонности волнового зацепления на кинематическую точность ВЗП.

Анализ точности работы механизмов, содержащих высшие кинематические пары, ре-

комендуется проводить методом плеча и линии действия [1–3]. Линия действия всегда проходит через точку контакта элементов высших кинематических пар и совпадает с направлением рабочего усилия. Перпендикуляр, опущенный из центра вращения звена на линию действия, называется плечом.

Каждая волна деформации гибкого колеса при работе ВЗП с дисковым генератором волн содержит три линии действия (см. рисунок): ведомую (прямая a или g), промежуточную (прямая b или f) и ведущую (прямая c или d).

Направление ведущей линии действия, плечом которой является межосевое расстояние a_w , совпадает с направлением линейной скорости v_{O_y} шарнира деформирующего диска генератора волн. Ведомой линией действия является нормаль $N_{ж}N_y$ к контактирующим профилям зубьев жесткого и деформированного гибкого колес, а плечи этой линии действия — радиусами основных окружностей жесткого $r_{бж}$ и условного $r_{бу}$ колес. Промежуточной линией действия служит общая касательная к наружной поверхности деформирующего диска

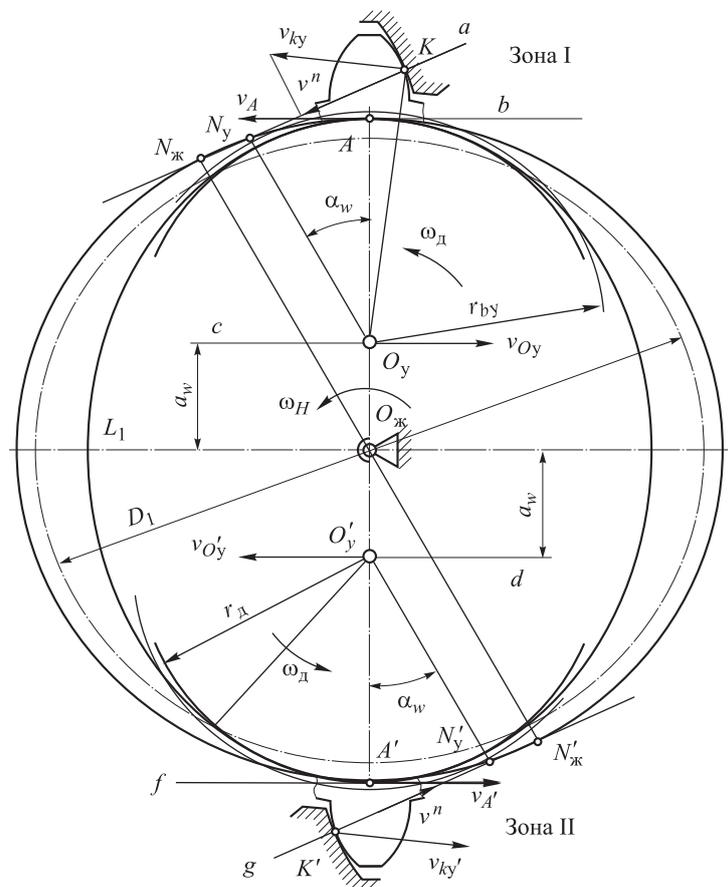


Рисунок. Зоны зацепления первой (I) и второй (II) волны деформации гибкого колеса

и внутренней поверхности деформированного гибкого колеса, проведенная через точку *A*. Плечом промежуточной линии действия является радиус наружной поверхности деформирующего диска r_d .

Для сложных механизмов, имеющих несколько линий действия, полное избыточное перемещение ведомого звена определяется путем переноса избыточных перемещений со всех промежуточных линий действия на ведомую [1, 3].

Значение избыточного перемещения при переносе с какой-либо промежуточной линии действия на ведомую определяют с помощью линейного передаточного отношения i' между этими линиями действия. Это отношение выражает степень влияния технологических погрешностей любого звена на кинематическую погрешность механизма. Например, часть избыточного перемещения по ведомой линии действия, перенесенная с ведущей, определяется по формуле

$$\Delta F_{\text{вм}} = \frac{1}{i'} \Delta F_{\text{вц}}, \quad (1)$$

где $\Delta F_{\text{вм}}$ и $\Delta F_{\text{вц}}$ — избыточные перемещения по ведомой и ведущей линиям действия.

Линейное передаточное отношение i'_{HN} между ведомой и ведущей линиями действия для ВЗП с дисковым генератором волн имеет вид

$$i'_{\text{HN}} = \frac{v_{\text{вц}}}{v_{\text{вм}}} = \frac{\omega_{\text{вц}} r_{\text{вц}}}{\omega_{\text{вм}} r_{\text{вм}}}, \quad (2)$$

где $v_{\text{вц}}$ и $v_{\text{вм}}$ — линейные скорости точек, радиусами которых являются $r_{\text{вц}}$ и $r_{\text{вм}}$ на ведущем и ведомом звеньях соответственно; $\omega_{\text{вц}}$ и $\omega_{\text{вм}}$ — угловые скорости ведущего и ведомого звеньев.

Для точки O_y , находящейся на ведущей линии действия, линейная скорость

$$v_{O_y} = \omega_H a_w,$$

где ω_H — угловая скорость ведущего вала генератора волн; a_w — межосевое расстояние.

Для точки *K* линейная скорость по ведомой линии действия совпадает с направлением линии зацепления и является нормальной составляющей v'' линейной скорости v_{ky} точки контакта эвольвентных профилей зубьев деформируемого гибкого колеса:

$$v'' = \omega_y r_{by},$$

где ω_y и r_{by} — угловая скорость и радиус основной окружности условного колеса.

При остановленном жестком колесе угловая скорость условного колеса определяется по формуле [4, 5]

$$\omega_y = \omega_r \frac{z_r}{z_y} + \omega_H \left(1 - \frac{z_r}{z_y} \right). \quad (3)$$

Здесь z_r и z_y — числа зубьев гибкого и условного колес; ω_r — угловая скорость ведомого вала (гибкого колеса), определяемая по выражению

$$\omega_r = -\omega_H \frac{z_{\text{ж}} - z_r}{z_r}, \quad (4)$$

где $z_{\text{ж}}$ — число зубьев жесткого колеса.

Радиус основной окружности условного колеса

$$r_{by} = \frac{m}{2} z_y \cos \alpha, \quad (5)$$

где m — модуль волнового зацепления; α — главный угол профиля исходного контура.

С учетом выражений (2)–(5) линейное передаточное отношение между ведущей и ведомой линиями действия

$$i'_{\text{HN}} = \frac{2a_w}{m(z_{\text{ж}} - z_y) \cos \alpha}.$$

Линейная скорость точки *A* равна

$$v_A = \omega_d r_d, \quad (6)$$

где ω_d — полная угловая скорость деформирующего диска.

Деформирующие диски генератора волн при работе ВЗП совершают сложные движения. Если в передаче остановлено жесткое колесо, то деформирующие диски обкатываются по деформируемой внутренней поверхности гибкого колеса и дополнительно движутся вместе с ведомым гибким колесом. Для определения угловой скорости деформирующих дисков приняты два допущения [4, 5]:

- деформирующие диски обкатываются по внутренней поверхности гибкого колеса без скольжения;
- длина внутренней поверхности гибкого колеса остается неизменной до и после деформации, т. е. соблюдается условие

$$L_1 = \pi D_1,$$

где L_1 — периметр поперечного сечения (длина) внутренней поверхности деформированного гибкого колеса; D_1 — диаметр внутренней

поверхности недеформированного гибкого колеса.

Первая часть угловой скорости сообщается дискам генератора волн при их обкатывании по внутренней поверхности гибкого колеса и определяется по формуле

$$\omega'_d = -\omega_H \frac{D_1 - D_d}{D_d}, \quad (7)$$

где D_d — диаметр наружной поверхности деформирующих дисков.

Вторая часть угловой скорости дисков передается дискам от совместного движения с ведомым гибким колесом и имеет вид

$$\omega''_d = -\frac{D_1}{uD_d} \omega_H,$$

где u — передаточное число между ведущим и ведомым валами передачи.

С учетом выражений (6) и (7) линейная скорость в точке A приобретает вид

$$v_A = -\frac{\omega_H}{2} \left[\left(1 + \frac{1}{u} \right) D_1 - D_d \right].$$

Тогда линейное передаточное отношение между промежуточной и ведомой линиями действия ВЗП может быть определено по формуле

$$i'_{AH} = \frac{\left(1 + \frac{1}{u} \right) D_1 - D_d}{m(z_{ж} - z_y) \cos \alpha}.$$

Общее избыточное перемещение по ведомой линии действия ВЗП образуется из приращений, вызванных как подвижными, так и неподвижными звеньями. В передаче с остановленным жестким колесом его действующая ошибка аналогично действующей ошибке подвижного гибкого колеса вызовет избыточное перемещение непосредственно по ведомой линии действия, т. е. по линии зацепления гибкого и жесткого колес.

Избыточное перемещение по ведомой линии действия в одной зоне зацепления $\Delta F_{\text{ВМ}}^1$ волновой передачи складывается из суммы избыточных перемещений, проявляющихся непосредственно по линии зацепления колес, и отношений избыточных перемещений, возникающих по промежуточной и ведущей линиям действия, к их линейным передаточным отношениям согласно формуле (1). Тогда

$$\Delta F_{\text{ВМ}}^1 = \Delta F_1 + \Delta F_2 + \frac{1}{i'_{AH}} \Delta F_3 + \frac{1}{i'_{AH}} \Delta F_{\text{ВЩ}},$$

где ΔF_1 и ΔF_2 — избыточные перемещения по линии зацепления, создаваемые действующими ошибками гибкого и жесткого колес; ΔF_3 — избыточное перемещение по промежуточной линии действия, создаваемое погрешностями деформирующих дисков генератора волн.

Степень влияния погрешностей изготовления каждого из звеньев ВЗП на значение избыточного перемещения по ведомой линии действия одной зоны зацепления более наглядно можно показать, определив численные значения линейных передаточных отношений на примере четырех конкретных волновых передач, параметры которых приведены ниже [6, 8].

Основные геометрические параметры ВЗП

	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
Модуль зацепления m , мм	0,3	0,3	0,4	0,3
Передаточное число u	75	85	75	100
Межосевое расстояние a_w , мм	0,90	0,88	1,15	0,85
Число зубьев:				
жесткого колеса $z_{ж}$	152	172	152	202
гибкого колеса $z_{г}$	150	170	150	200
условного колеса z_y^*	146,28	166,50	146,25	169,35
Угол зацепления α_w , град	28	28	20	20
Угол профиля исходного контура α , град	20	20	20	20
Внутренний диаметр недеформированного гибкого колеса D , мм	43,50	49,56	58,16	58,77
Наружный диаметр диска D_d , мм	42,40	48,50	56,70	57,70
Линейное передаточное отношение:				
между ведущей и ведомой линиями действия	1,125	1,13	1,07	1,07
между промежуточной и ведомой линиями действия	1,090	1,095	1,040	1,040

* Расчетное значение.

Выводы

1. Значения линейных передаточных отношений между ведущей и ведомой линиями действия волновых передач мало отличаются друг от друга и от единицы. Это означает следующее:

- погрешность изготовления наружной поверхности деформирующих дисков, значения и направления эксцентриситетов (межосевых расстояний) вала генератора волн должны соответствовать степени точности, назначаемой на гибкое и жесткое зубчатые колеса;

• в одной зоне зацепления ВЗП по ведомой линии действия возникает избыточное перемещение сопряженных профилей, приблизительно равное сумме избыточных перемещений по всем трем линиям действия:

$$\Delta F_{\text{вм}}^1 \approx \Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3 + \Delta F_{\text{вц}}.$$

2. Экспериментально доказано, что кинематическая погрешность двухволновых зубчатых передач, как правило, почти в 2 раза меньше

суммы действующих ошибок деталей [7–12]. Причиной уменьшения значения суммарной кинематической погрешности таких передач следует считать число зон одновременного волнового зацепления, так как одновременно проявляющиеся избыточные перемещения по всем ведомым линиям действия сдвинуты по фазе и в значительной мере компенсируют друг друга благодаря упругой связи между ними.

Литература

- [1] Коротков В.П., Тайц Б.А. *Основы метрологии и точности механизмов приборов*. Москва, Машгиз, 1961. 400 с.
- [2] Крайнев А.Ф. *Механика машин. Фундаментальный словарь*. Москва, Машиностроение, 2000. 904 с.
- [3] Тимофеев Г.А., ред. *Теория механизмов и механика машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 654 с.
- [4] Фролов К.В., Скворцова Н.А., ред. Конструкции и геометрический расчет волновых зубчатых передач. *Труды МВТУ*, 1978, № 291, вып. 8. Теория механизмов, с. 22–23.
- [5] Тимофеев Г.А. *Разработка методов расчета и проектирования волновых зубчатых передач для приводов следящих систем*. Дис. ... д-ра техн. наук, Москва, 1997. 358 с.
- [6] Were M., Ghorbel F. *Analysis and control of kinematic error in harmonic gear drive mechanisms*. Internal report ATP-96-1, Dynamic Systems and Control Laboratory, Rice University Department of Mechanical Engineering, Houston, Texas, 1996. 87 p.
- [7] Timofeev G.A. Drives with harmonic gears for servo systems. *Russian Engineering Research*, 2016, vol. 36, no. 3, pp. 187–193.
- [8] Костиков Ю.В., Тимофеев Г.А., Фурсяк Ф.И. Экспериментальные исследования волновых приводов с различной конструкцией генератора волн. *Приводы и компоненты машин*, 2011, № 2–3, с. 16–18.
- [9] Tuttle T., Seering W. Kinematic Error, Compliance, and Friction in a Harmonic Drive Gear Transmission. *Proceedings of ASME Advances in Design Automation*, USA, New Mexico, 1993, vol. 65–1, pp. 319–324.
- [10] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears. *Journal of Mechanical Design*, 2001, vol. 123, is. 1, pp. 90–97.
- [11] Gandhi P.S., Ghorbel F.H. Closed-loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, vol. 10, is. 6, pp. 759–768.
- [12] Huimin Dong, Zhengdu Zhu, Weidong Zhou, Zhi Chen. Dynamic Simulation of Harmonic Gear Drives Considering Tooth Profiles Parameters Optimization. *Journal of Computers*, 2012, vol. 7, no. 6, pp. 1429–1436. doi:10.4304/jcp.7.6.1429–1436.

References

- [1] Korotkov V.P., Taitis B.A. *Osnovy metrologii i tochnosti mekhanizmov priborov* [Fundamentals of metrology and precision instruments mechanisms]. Moscow, Mashgiz publ., 1961. 400 p.
- [2] Krainev A.F. *Mekhanika mashin. Fundamental'nyi slovar'* [Mechanics of machines. Fundamental dictionary]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2000. 904 p.
- [3] *Teoriia mekhanizmov i mekhanika mashin* [Theory of mechanisms and machinery mechanic]. Ed. Timofeev G.A. Moscow, Bauman Press, 2012. 654 p.
- [4] Konstruktsii i geometricheskii raschet volnovykh zubchatykh peredach [Construction and geometric calculation of wave gears]. *Trudy MVTU* [Proceedings Bauman Moscow State University]. Ed. Frolov K.V., Skvortsova N.A. 1978, no. 291, is. 8, *Teoriia mekhanizmov*, pp. 22–23.

- [5] Timofeev G.A. *Razrabotka metodov rascheta i proektirovaniia volnovykh zubchatykh peredach dlia privodov slediashchikh system*. Diss. dokt. tekhn. nauk [Development of methods of calculation and design of wave gear drives for servo systems. Dr. tech. sci. diss.]. Moscow, 1997. 358 p.
- [6] Were M., Ghorbel F. *Analysis and control of kinematic error in harmonic gear drive mechanisms*. Internal report ATP-96-1, Dynamic Systems and Control Laboratory, Rice University Department of Mechanical Engineering, Houston, Texas, 1996. 87 p.
- [7] Timofeev G.A. Drives with harmonic gears for servo systems. *Russian Engineering Research*, 2016, vol. 36, no. 3, pp. 187–193.
- [8] Kostikov Iu.V., Timofeev G.A., Fursiak F.I. Eksperimental'nye issledovaniia volnovykh privodov s razlichnoi konstruktsiei generatora voln [Experimental studies of harmonic drives with various constructions of wave generator]. *Privody i komponenty mashin* [Machine drives and parts]. 2011, no. 2–3, pp. 16–18.
- [9] Tuttle T., Seering W. Kinematic Error, Compliance, and Friction in a Harmonic Drive Gear Transmission. *Proceedings of ASME Advances in Design Automation*, USA, New Mexico, 1993, vol. 65–1, pp. 319–324.
- [10] Ghorbel F.H., Gandhi P.S., Alpeter F. On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears. *Journal of Mechanical Design*, 2001, vol. 123, is. 1, pp. 90–97.
- [11] Gandhi P.S., Ghorbel F.H. Closed-loop compensation of kinematic error in harmonic drives for precision control applications. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, vol. 10, is. 6, pp. 759–768.
- [12] Huimin Dong, Zhengdu Zhu, Weidong Zhou, Zhi Chen. Dynamic Simulation of Harmonic Gear Drives Considering Tooth Profiles Parameters Optimization. *Journal of Computers*, 2012, vol. 7, no. 6, pp. 1429–1436. doi:10.4304/jcp.7.6.1429–1436.

Статья поступила в редакцию 24.04.2016

Информация об авторах

ТИМОФЕЕВ Геннадий Алексеевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

ФУРСЯК Федор Иосифович (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

TIMOFEEV Gennadiy Alekseevich (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Head of Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: timga@bmstu.ru).

FURSYAK Fyodor Iosifovich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Theory of Mechanisms and Machines Department. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Bauman-skaya St., Bldg. 5, Block 1).