УДК 62.231.223

DOI: 10.18698/0536-1044-2016-1-35-42

# Расчет максимальных нормальных напряжений и размеров пятна контакта в роликовинтовом механизме «перевернутого» типа, нагруженного осевой силой

#### О.А. Ряховский, Ф.Д. Сорокин, А.С. Марохин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

## The Calculation of Normal Stresses and Dimensions of the Contact Area in an Inverted Axially Loaded Roller-Screw Mechanism

O.A. Ryakhovskiy, F.D. Sorokin, A.S. Marokhin

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: rolgan@mail.ru, sorokin\_fd@mail.ru

Определено распределение давления в области контакта резьбы гайки и ролика, решена контактная задача. Получены координаты точки первоначального контакта и изменения межосевого расстояния численным решением системы нелинейных алгебраических уравнений методом минимизации невязки. Результаты приведенных в статье расчетов позволят оценивать распределение нагрузки по виткам контактирующих резьб, подбирать материалы деталей планетарных роликовинтовых механизмов и режимы их термообработки, оценивать жесткость и долговечность механизма на этапе проектирования.

Ключевые слова: планетарный роликовинтовой механизм, винтовая поверхность, контакт витков, контактные напряжения.

The pressure distribution in the nut and roller contact area is determined; the contact problem is solved. The coordinates of the first point of contact and the change of the axial distance are obtained through numerical solutions of a system of non-linear algebraic equations using the disparity minimization method. The results of the calculations described in the article allow the evaluation of load distribution along the contacting threads, selecting the materials for the parts of the planetary roller-screw mechanism and methods of heat treatment, as well as the evaluation of rigidity and durability of the mechanism at the design stage.

Keywords: planetary roller-screw mechanism, screw surface, screw turn contact, contact stresses.

Для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот применяют планетарные роликовинтовые механизмы (ПРВМ), пришедшие на смену паре винт-гайка скольжения и шариковинтовым механизмам.

ПРВМ [1] (рис. 1), как правило, состоит из однозаходных резьбовых роликов 3, многоза-

ходных винта 1 и гайки 2, двух сепараторов 4, в отверстиях которых установлены цилиндрические цапфы 7 роликов [2]. Сепараторы определяют положение роликов в окружном направлении и могут свободно вращаться относительно винта и гайки. На торцах винта выполнены зубчатые венцы с внешним зубом 5,



Рис. 1. Планетарный роликовинтовой механизм

с которыми зацепляются зубчатые венцы, нарезанные на концах резьбовых роликов 3.

Профили резьбы винта, роликов и гайки отличаются от профилей обычных крепежных и ходовых резьб [3]. Резьба винта и гайки в сечении, нормальном к направлению витка резьбы, треугольная с углом профиля при вершине  $2\psi = 60^{\circ}$ . Резьба ролика в таком же сечении очерчена дугами окружностей радиуса  $\rho_p$  с центром, расположенным на оси ролика (рис. 2,  $\delta$ ), что позволяет исключить кромочный контакт витков резьбы гайки и роликов при наличии ошибок изготовления и деформаций резьбовых деталей механизма под нагрузкой.

На рис. 2, *а* показаны положения и ориентация тройки единичных векторов в точке  $M_1$ винтовой линии [2], а на рис. 2, *в* — взаимное расположение оси ролика  $Z_p$  и бинормалей к винтовой линии для ролика  $\mathbf{b}_p$  и гайки  $\mathbf{b}_r$  в точке  $M_1$  контакта резьбы гайки и ролика;  $\gamma_p$  и  $\gamma_r$  углы подъема резьбы ролика и гайки на среднем диаметре резьбы. Для обеспечения осевого перемещения ролика относительно гайки углы  $\gamma_r$  и  $\gamma_p$  должны быть различны (рис. 3). Если они равны, то при вращении гайки ролик будет вращаться, а перемещаться относительно нее вдоль оси не будет.

При разных углах  $\gamma_r$  и  $\gamma_p$  за один оборот гайки ролик переместится вдоль оси гайки на расстояние  $h_p = \pi (d_r + 2\Delta)$ tg  $\gamma_r - \pi d_p$ tg  $\gamma_p$  (рис. 4).

Углы  $\gamma_{\rm r}$  и  $\gamma_{\rm p}$  зависят от соотношения диаметров гайки и ролика и заходности резьбы. Вследствие различия углов подъема резьбы ролика и гайки (см. рис. 3) точками начального контакта витков резьбы ролика и гайки будут точки  $M_1$  и  $M_2$ . При этом расстояние между осями гайки и ролика увеличится на величину  $\Delta$ .

Задание винтовых поверхностей резьбы гайки и ролика. Винтовую поверхность можно рассматривать как поверхность, образованную переносом некоторого контура вдоль продольной оси Z с одновременным поворотом вокруг этой оси на угол  $\varphi$ . Винтовую поверхность, как и любую другую, можно описать радиусом-вектором точки срединной поверхности, зависящим от двух параметров (гауссовых координат)

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(s, \boldsymbol{\varphi}), \tag{1}$$

где *s* — расстояние на контуре профиля резьбы (см. рис. 2,  $\delta$ ).

В качестве гауссовых координат удобно выбрать дуговую координату *s*, указывающую положение точки на контуре (рис. 2,  $\delta$ ), и полярный угол  $\phi$ . В качестве *s* могут использоваться и



Рис. 2. Формирование геликоидальной поверхности



Рис. 3. Сопряжение витков резьбы гайки и ролика

иные параметры, например, расстояние до оси вращения, т. е. радиус или его приращение.

Поверхность (1) обладает винтовой симметрией, поэтому используем векторно-матричное соотношение

$$\mathbf{r}(s,\phi) = iP\frac{\phi}{2\pi}\mathbf{k} + \mathbf{L}(\phi)\mathbf{a}(s), \qquad (2)$$

где **k** — орт оси *Z*; **L** — матрица поворота контура резьбы вокруг оси *Z* на угол  $\varphi$  (см. рис. 2, *a*); **a** — радиус-вектор образующего контура при  $\varphi = 0$  (линия контура); *P* — шаг резьбы; *i* — заходность.

Поскольку заходности резьбы гайки  $i_r$  и ролика  $i_p$  различны, в выражение (2) следует подставлять  $i = i_r$  — для резьбы гайки и  $i = i_p$  — для резьбы ролика.

Для перехода к проекциям достаточно подставить в (2) выражение матрицы поворота [1]:

• для гайки

$$\mathbf{L}_{\mathrm{r}}(\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{r}}) = \begin{bmatrix} \cos \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{r}} & -\sin \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{r}} & 0\\ \sin \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{r}} & \cos \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{r}} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (3a)$$

• для ролика

$$\mathbf{L}_{\mathrm{p}}(\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{p}}) = \begin{bmatrix} \cos \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{p}} & -\sin \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{p}} & \mathbf{0} \\ \sin \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{p}} & \cos \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{p}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}; \quad (36)$$



Рис. 4. Развертка резьбы гайки и ролика

• для радиуса-вектора образующего контура

$$\mathbf{a}(s) = \begin{bmatrix} a_x(s) \\ a_y(s) \\ a_z(s) \end{bmatrix}.$$
 (4)

Проекции радиуса-вектора поверхности на декартовы оси:

• для гайки

$$x_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = a_{x}(s_{r})\cos\varphi_{r} - a_{y}(s_{r})\sin\varphi_{r} - d_{r}/2;$$
  

$$y_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = a_{x}(s_{r})\sin\varphi_{r} + a_{y}(s_{r})\cos\varphi_{r};$$
  

$$z_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = i_{r}P\frac{\varphi_{r}}{2\pi} + a_{z}(s_{r}),$$
(5a)

• для ролика

$$x_{p}(s_{p}, \phi_{p}, \Delta) = a_{x}(s_{p})\cos\phi_{p} - a_{y}(s_{p})\sin\phi_{p} - d_{p}/2 - \Delta;$$
  

$$y_{p}(s_{p}, \phi_{p}) = a_{x}(s_{p})\sin\phi_{p} + a_{y}(s_{p})\cos\phi_{p};$$
(56)

$$z_{\rm p}(s_{\rm p}, \varphi_{\rm p}) = i_{\rm p} P \frac{\varphi_{\rm p}}{2\pi} + a_z(s_{\rm p}),$$

где  $d_r/2$  и  $d_p/2$  — средний радиус резьбы гайки и ролика;  $\Delta$  — изменения межосевого расстояния осей гайки и ролика вследствие различия углов подъема резьбы на них (знак минус означает уменьшение расстояния).

Средние радиусы учтены в формулах (5а), (5б) для того, чтобы координаты точки контакта оказались близки к началу системы декартовых координат. Величину  $\Delta$  можно определить по приближенной формуле, аналогичной той, что была получена в работе [7] (но для другой величины угла  $\psi$ ). Однако в данной статье  $\Delta$  находят численно вместе с другими неизвестными при расчете координат точки контакта.

При рассмотрении конкретной резьбы проекции вектора **a** (4) необходимо конкретизировать. Для резьбы гайки, образующая которой представляет прямую линию, наклоненную под углом  $\Psi$  к радиусу, контур задается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} a_x(s_r) = d_r/2 + s_r \cos \psi; \\ a_y(s_r) = -s_r \sin \psi \sin \gamma_r; \\ a_z(s_r) = s_r \sin \psi \cos \gamma_r, \end{cases}$$
(6)

где ү<sub>г</sub> — угол подъема резьбы на среднем диаметре резьбы гайки, который определяют обычным образом.

Образующая поверхности резьбы ролика задается аналогично, но с учетом влияния радиуса закругления ролика  $\rho_p$  (см. рис. 2, *б*):

$$\begin{cases} a_x(s_p) = d_p/2 + s_p \cos \psi - s_p^2 \sin \psi/(2\rho_p); \\ a_y(s_p) = -\left[s_p \sin \psi + s_p^2 \cos \psi/(2\rho_p)\right] \sin \gamma_p; (7) \\ a_z(s_p) = \left[s_p \sin \psi + s_p^2 \cos \psi/(2\rho_p)\right] \cos \gamma_p. \end{cases}$$

В рассматриваемом случае  $\psi = 30^\circ$ , а положение точек  $s_r$  и  $s_p$  отсчитывается от точки  $M_1$ , лежащей на среднем радиусе резьбы гайки и ролика, в направлении к внешней части резьбы от среднего диаметра (см. рис. 2, *б*).

Описание координат винтовых поверхностей в формулах (2)–(7) является основой для последующего расчета координат точки контакта и изменения межосевого расстояния осей гайки и ролика, а также для определения главных кривизн контактирующих поверхностей.

Определение координат точки контакта и изменения межосевого расстояния поверхностей резьбы гайки и ролика. Условием контакта поверхностей является не только равенство координат, но и совпадение направления нормалей к поверхностям. Поскольку обе винтовые поверхности заданы с использованием гауссовых координат, векторы нормалей к ним определяются по известным формулам [2]:

$$\mathbf{n}_{\mathrm{r}} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{r}}}{\partial s_{\mathrm{r}}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{r}}}{\partial \phi_{\mathrm{r}}}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{r}}}{\partial s_{\mathrm{r}}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{r}}}{\partial \phi_{\mathrm{r}}} \right|};$$
(8a)

$$\mathbf{n}_{\mathrm{p}} = \frac{\frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{p}}}{\partial s_{\mathrm{p}}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{p}}}{\partial \phi_{\mathrm{p}}}}{\left| \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{p}}}{\partial s_{\mathrm{p}}} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\mathrm{p}}}{\partial \phi_{\mathrm{p}}} \right|},\tag{86}$$

где **n**<sub>г</sub>, **n**<sub>р</sub> — векторы нормалей к поверхностям резьбы гайки и ролика.

Радиусы-векторы поверхностей резьбы гайки и ролика, используемые в выражениях (8а), (8б), предполагаются заданными своими проекциями в декартовых координатах по формулам (5а), (5б). Система декартовых координат одинакова для обеих поверхностей, причем начало координат выбрано таким образом, что искомая точка контакта расположена недалеко от начала координат.

Координаты точки контакта (и декартовы, и гауссовы), а также изменения межосевого расстояния осей гайки и ролика определялись из решения системы нелинейных алгебраических уравнений относительно пяти неизвестных  $s_{r}$ ,  $\phi_{r}$ ,  $s_{p}$ ,  $\phi_{p}$ ,  $\Delta$ :

$$\begin{cases} x_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = x_{p}(s_{p}, \varphi_{p}, \Delta); \\ y_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = y_{p}(s_{p}, \varphi_{p}); \\ z_{r}(s_{r}, \varphi_{r}) = z_{p}(s_{p}, \varphi_{p}); \\ n_{rx}(s_{r}, \varphi_{r}) = n_{px}(s_{p}, \varphi_{p}, \Delta); \\ n_{rz}(s_{r}, \varphi_{r}) = n_{pz}(s_{p}, \varphi_{p}, \Delta), \end{cases}$$
(9)

где *n*<sub>rx</sub>, *n*<sub>px</sub> и *n*<sub>rz</sub>, *n*<sub>pz</sub> — проекции векторов нормалей на ось *X* и *Z* соответственно.

Длина каждой из нормалей равна единице, поэтому нет необходимости сопоставлять все три проекции нормалей. В системе (9) сравниваются проекции нормалей только на оси X и Z. При этом равенство проекций нормалей на ось Y достигается автоматически.

Систему нелинейных алгебраических уравнений (9) можно решить итерационным методом Ньютона, однако удобнее воспользоваться способом минимизации невязки. Невязка системы уравнений (9) принималась в следующем виде:

$$f = \frac{(x_{\rm r} - x_{\rm p})^2 + (y_{\rm r} - y_{\rm p})^2 + (z_{\rm r} - z_{\rm p})^2}{d_{\rm p}^2} + (n_{\rm rx} - n_{\rm px})^2 + (n_{\rm ry} - n_{\rm py})^2 + (n_{\rm rz} - n_{\rm pz})^2, (10)$$

где средний диаметр резьбы ролика в знаменателе нужен только для обезразмеривания.

Поскольку гауссовы координаты точки контакта и смещение осей  $\Delta$  неизвестны, невязка fявляется функцией тех же пяти неизвестных, что и в системе (9). Очевидно, что минимальное значение невязки f = 0 равносильно выполнению всех пяти уравнений системы (9). Минимизация функции невязки

$$f(s_r, \varphi_r, s_p, \varphi_p, \Delta) \rightarrow \min$$
 (11)

позволяет определить не только неизвестные  $s_r, \phi_r, s_p, \phi_p, \Delta$ , но также левые и правые части уравнений системы (9), т. е. декартовы координаты точки контакта. Для минимизации невязки (10) применялась встроенная в программное обеспечение (ПО) Wolfram Mathematica [3] процедура FindMinimum.

Приведем пример расчета по предложенному алгоритму для следующих параметров резьбы гайки и ролика:  $d_r = 15$  мм;  $d_p = 3,75$  мм; P = 0,75 мм;  $i_r = 2$ ;  $i_p = 2$ ;  $\rho_p = 3,75$  мм;  $\psi = 30^\circ$ .

Результатом работы алгоритма являются следующие значения гауссовых координат и расхождения осей:

При этом невязка  $f = 1,4 \cdot 10^{-25}$ , т. е. практически равна нулю (следует отметить, что использовалась повышенная точность вычислений около 40 значащих цифр). Значение расхождения осей  $\Delta$  может быть вычислено по аналитическому выражению, аналогичному тому, которое было получено в работе [7], при этом следует учесть другой угол резьбы  $\psi$ .

Подставив значения  $s_r$ ,  $\varphi_r$ ,  $s_p$ ,  $\varphi_p$ ,  $\Delta$  в выражения (5a) и (56), получим координаты точки контакта: x = -0,1283 мм; y = -0,4126 мм; z = -0,08081 мм. Контактирующие поверхности резьбы гайки и ролика показаны на рис. 5.



Рис. 5. Поверхности резьбы гайки и ролика в области контакта

Вектор нормали к поверхностям в точке контакта

 $\mathbf{n} = (-0,5008, 2,322 \cdot 10^{-14}, 0,8656)^{\mathrm{T}}.$ 

Согласно рис. 5, нормаль направлена в металл ролика и является внешней к металлу гайки, что важно при выборе знака главных кривизн, которые считаются положительными, если центр кривизны лежит в металле [4].

Расчет главных кривизн и главных направлений в точке контакта. Для решения задачи о силовом контакте двух деталей необходимо знать механические характеристики их материалов, а также главные кривизны и направления кривизны поверхностей контактирующих деталей [4]. При вычислении главных кривизн и направлений применяются различные подходы. В работе [1] главные кривизны и соответствующие им направления были найдены на основе классической гауссовой теории поверхности [2]. Более короткий способ вычисления указанных величин обеспечивает тензорная теория поверхности [5, 6], согласно которой всю информацию о кривизне поверхности предоставляет тензор кривизны

$$\mathbf{K} = \nabla \otimes \mathbf{n},\tag{12}$$

где  $\nabla$  — вектор Гамильтона (оператор взятия градиента);  $\otimes$  — знак диадного (тензорного) произведения.

Собственные числа тензора К являются искомыми главными кривизнами, а собственные векторы указывают главные направления.

Вектор Гамильтона в косоугольных гауссовых координатах имеет следующий вид [5, 6]:

$$\nabla = \frac{\mathbf{t}_2 \times \mathbf{n}}{\sin \chi} \frac{\partial}{A \partial s} + \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{t}_1}{\sin \chi} \frac{\partial}{B \partial \varphi}, \quad (13)$$

где **t**<sub>1</sub> и **t**<sub>2</sub> — орты касательных к координатным линиям *s* и φ; *A*, *B* — параметры Ламе (масштабы); χ — угол между координатными линиями [2].

Из выражения (13) следует, что проекции  $\nabla$ на единичные векторы  $\mathbf{t}_1$ ,  $\mathbf{t}_2$  равны производным по координатным направлениям  $\partial/A\partial s$ ,  $\partial/B\partial \phi$ , как и должно быть для градиента.

Обозначим для краткости:

$$\mathbf{u} = \frac{\mathbf{t}_2 \times \mathbf{n}}{A \sin \chi}; \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{n} \times \mathbf{t}_1}{B \sin \chi}.$$
 (14)

Тогда, согласно выражению (12), тензор кривизны винтовой поверхности в компонен-

тах, представленных в декартовых координатах, примет вид

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} u_x \frac{\partial n_x}{\partial s} & u_x \frac{\partial n_y}{\partial s} & u_x \frac{\partial n_z}{\partial s} \\ u_y \frac{\partial n_x}{\partial s} & u_y \frac{\partial n_y}{\partial s} & u_y \frac{\partial n_z}{\partial s} \\ u_z \frac{\partial n_x}{\partial s} & u_z \frac{\partial n_y}{\partial s} & u_z \frac{\partial n_z}{\partial s} \end{pmatrix} + \\ + \begin{pmatrix} v_x \frac{\partial n_x}{\partial \varphi} & v_x \frac{\partial n_y}{\partial \varphi} & v_x \frac{\partial n_z}{\partial \varphi} \\ v_y \frac{\partial n_x}{\partial \varphi} & v_y \frac{\partial n_y}{\partial \varphi} & v_y \frac{\partial n_z}{\partial \varphi} \\ v_z \frac{\partial n_x}{\partial \varphi} & v_z \frac{\partial n_y}{\partial \varphi} & v_z \frac{\partial n_z}{\partial \varphi} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где проекции нормалей находят из выражений (8a), (8б).

Все расчеты по формуле (15) проводились с помощью ПО Wolfram Mathematica в аналитическом виде. Вследствие громоздкости полученных формул их невозможно представить в статье, но их главной особенностью является точность.

Вычисления по формуле (15) в точке контакта дают следующие значения тензоров кривизны, мм<sup>-1</sup>:

• для гайки

.

$$\mathbf{K}_{\Gamma} = \begin{pmatrix} 0,0002111 & -0,00001577 & 0,0001221 \\ -0,00001577 & -0,06793 & -9,124 \cdot 10^{-6} \\ 0,0001221 & -9,124 \cdot 10^{-6} & 0,00007066 \end{pmatrix};$$

• для ролика

$$\mathbf{K}_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} -0,1733 & 0,05356 & -0,1002 \\ 0,05356 & -0,2976 & 0,03098 \\ -0,1002 & 0,03098 & -0,05799 \end{pmatrix}.$$

С помощью процедуры Eigensystem ПО Wolfram Mathematica были определены собственные значения и векторы полученных тензоров (матриц) [3]:

• для гайки

$$K_{1r} = -0,06793;$$
  $K_{2r} = 0,0002817;$   $K_{3r} = 0;$   
 $\mathbf{e}_{1r} = (0,0002312, 1,0, 0,0001338)^{\mathrm{T}};$   
 $\mathbf{e}_{2r} = (0,8656, -0,0002671, 0,5008)^{\mathrm{T}};$   
 $\mathbf{e}_{3r} = (-0,5008, 2,322 \cdot 10^{-14}, 0,8656)^{\mathrm{T}},$   
• для ролика

 $K_{1p}^* = -0,3347; \quad K_{2p}^* = -0,1942; \quad K_{3p} = 0;$ 

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{1p} &= (-0,4444, \ 0,8581, \ -0,2571)^{\mathrm{T}}; \\ \mathbf{e}_{2p} &= (0,7428, \ 0,5134, \ 0,4297)^{\mathrm{T}}; \\ \mathbf{e}_{3p} &= (0,5008, \ 8,482\cdot10^{-14}, \ -0,8656)^{\mathrm{T}}. \end{aligned}$$

Расчет контактного давления и размеров площадки контакта. Согласно рис. 5, у ролика общая нормаль направлена «в металл», поэтому главные кривизны при решении контактной задачи должны быть взяты с обратным знаком:

$$K_{1p} = -K_{1p}^* = 0,3347 \text{ mm}^{-1};$$
  
 $K_{2p} = -K_{2p}^* = 0,1942 \text{ mm}^{-1}.$ 

Решение контактной задачи, согласно работе [4], сводится к последовательным подстановкам. Сначала определяется сумма главных кривизн

$$\Sigma K = K_{1r} + K_{2r} + K_{1p} + K_{2p} = 0,4612 \text{ mm}^{-1}.$$

Далее вычисляется косинус угла между главными направлениями контактирующих поверхностей как скалярное произведение:

$$\cos\chi = \mathbf{e}_{1r}\mathbf{e}_{1p} = 0,8580;$$

 $\cos 2\chi = 2\cos^2 \chi - 1 = 0,4723.$ 

Остальные параметры контактной задачи определяются следующей безразмерной комбинацией кривизн:

$$\Omega = \frac{1}{\Sigma K} \left[ \left( K_{1r} - K_{2r} \right)^2 + \left( K_{1p} - K_{2p} \right)^2 + 2 \left( K_{1r} - K_{2r} \right) \left( K_{1p} - K_{2p} \right) \cos 2\chi \right]^{1/2} = 0,2684.$$

По полученному значению Ω из таблицы [4] находятся параметры, определяющие относительные размеры полуосей:

+

$$n_a = 1,211; n_b = 0,8396; n_p = 1/(n_a n_b) = 0,9833.$$

Упругие постоянные материала учитываются следующим образом:

$$\eta = \frac{1 - {\mu_{\rm r}}^2}{E_{\rm r}} + \frac{1 - {\mu_p}^2}{E_p} = 9,1 \cdot 10^{-6} \frac{1}{{\rm M}{\rm \Pi}{\rm a}},$$

где  $E_{\rm r} = E_{\rm p} = 2 \cdot 10^5 \, {\rm M\Pi a}$  — модули упругости материалов гайки и ролика (сталь);  $\mu_{\rm r} = \mu_{\rm p} = 0,3$  — коэффициенты Пуассона материалов гайки и ролика.

При силе, действующей на винт механизма  $F_A = 1000$  H, число контактирующих витков определяют по формуле

$$k = z \frac{l_{\rm p}}{P},$$

где z — число роликов;  $l_p$  — длина резьбовой части ролика; P — шаг резьбы.

Определим нормальную силу к поверхности контакта пары витков резьбы гайки и ролика [8]. Для рассматриваемого случая z = 5;  $l_p = d_p/0.3 = 12,5$  мм; P = 0.75 мм, следовательно, k = 83. Тогда нормальная сила в контакте  $F_N = 13,6$  H.

Размеры полуосей эллипса пятна контакта и контактное давление [4]:

$$a = n_a \left(\frac{3\eta F_N}{2\Sigma K}\right)^{1/3} = 0,08943$$
 мм;  
 $b = n_b \left(\frac{3\eta F_N}{2\Sigma K}\right)^{1/3} = 0,06199$  мм;  
 $3F_N$ 

$$p = \frac{3F_N}{2\pi ab} = 1171 \text{ MIIa.}$$

### Литература

#### Выводы

1. Приведенные результаты получены при предположении, что нагрузка распределяется между контактирующими витками равномерно, что возможно при точном изготовлении резьбы и достаточно большом соотношении диаметра впадин к шагу резьбы.

2. Полученные результаты позволят правильно выбрать марки материалов деталей ПРВМ и их термообработку.

3. Предложенная методика расчета, объединенная с методикой расчета распределения осевых зазоров в ПРВМ, позволит оценить нагруженность механизма в целом и провести предварительную оценку усталостной прочности резьб деталей ПРВМ.

- [1] Соколов П.А., Сорокин Ф.Д., Ряховский О.А., Блинов Д.С., Лаптев И.А. Силовой контакт рабочих поверхностей витков резьбы планетарного роликовинтового механизма. Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Машиностроение, 2006, № 1, с. 61–72.
- [2] Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. Москва, Машиностроение, 1977. 488 с.
- [3] Дьяконов В.П. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. Москва, ДМК-Пресс, 2008. 574 с.
- [4] Пономарев С.Д., Бидерман В.Л., Лихарев К.К., Макушин В.М., Малинин Н.Н., Феодосьев В.И. Расчеты на прочность в машиностроении. Москва, Машгиз, т. 2, 1958. 975 с.
- [5] Елисеев В.В. Механика упругих тел. Санкт-Петербург, Изд-во СПбГПУ, 2003. 336 с.
- [6] Зубов Л.М., Карякин М.И. Тензорное исчисление. Москва, Вузовская книга, 2006. 120 с.
- [7] Ряховский О.А., Сорокин Ф.Д., Марохин А.С. Расчет радиального смещения осей гайки и роликов и положения точки контакта резьбы гайки и ролика в планетарном роликовинтовом механизме, выполненном по «перевернутой» схеме. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2013, № 11, с. 12–19.
- [8] Ряховский О.А., Сорокин Ф.Д., Марохин А.С. Расчет ресурса по критерию изнашивания резьбы планетарного роликовинтового механизма. Известия высших учебных заведений. Машиностроение, 2012, № 4, с. 42–50.

### References

- [1] Sokolov P.A., Sorokin F.D., Riakhovskii O.A., Blinov D.S., Laptev I.A. Silovoi kontakt rabochikh poverkhnostei vitkov rez'by planetarnogo rolikovintovogo mekhanizma [Load-bearing Contact of Working Surfaces of Flight of Helix of Planetary Roller-Screw Mechanism]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering]. 2006, no. 1, pp. 61–72.
- [2] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruktsii*. *Statika* [Mechanics of thin-walled structures. Statics]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1977. 488 p.
- [3] D'iakonov V.P. Mathematica 5.1/5.2/6. Programmirovanie i matematicheskie vychisleniia [Mathematica 5.1 / 5.2 / 6. Programming and math]. Moscow, DMK-Press, 2008. 574 p.
- [4] Ponomarev S.D., Biderman V.L., Likharev K.K., Makushin V.M., Malinin N.N., Feodos'ev V.I. Raschety na prochnost' v mashinostroenii [Calculations of strength in mechanical engineering]. Moscow, Mashgiz publ., vol. 2, 1958. 975 p.
- [5] Eliseev V.V. Mekhanika uprugikh tel [Mechanics of elastic bodies]. Sankt-Peterburg, SPbGPU publ., 2003. 336 p.

- [6] Zubov L.M., Kariakin M.I. Tenzornoe ischislenie [Tensor calculus]. Moscow, Vuzovskaia kniga publ., 2006. 120 p.
- [7] Riakhovskii O.A., Sorokin F.D., Marokhin A.S. Raschet radial'nogo smeshcheniia osei gaiki i rolikov i polozheniia tochki kontakta rez'by gaiki i rolika v planetarnom roliko-vintovom mekhanizme, vypolnennom po «perevernutoi» skheme [Calculation of radial displacements of nut and rollers axes and the position of a contact between the nut and the roller thread in an inverted planetary roller screw mechanism]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2013, no. 11, pp. 12–19.
- [8] Riakhovskii O.A., Sorokin F.D., Marokhin A.S. Raschet resursa po kriteriiu iznashivaniia rez'by planetarnogo rolikovintovogo mekhanizma [Calculation of life time according to wear criterion of planetary roller screw mechanism thread]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh* zavedenii. Mashinostroenie [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2012, no. 4, pp. 42–50.

#### Статья поступила в редакцию 16.10.2015

#### Информация об авторах

РЯХОВСКИЙ Олег Анатольевич (Москва) — доктор технических наук, профессор, кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: rolgan@mail.ru).

СОРОКИН Федор Дмитриевич (Москва) — профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).

МАРОХИН Антон Сергеевич (Москва) — аспирант кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

### Information about the authors

**RYAKHOVSKY Oleg Anatolievich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Basics of Machine Designing. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: rolgan@mail.ru).

**SOROKIN Fedor Dmitrievich** (Moscow) — Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: sorokin\_fd@mail.ru).

MAROKHIN Anton Sergeevich (Moscow) — Post Graduate, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2<sup>nd</sup> Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1).