

УДК 621.7.833.15

DOI: 10.18698/0536-1044-2015-12-77-84

Проверочный силовой расчет зубьев планетарной ступени редуктора с использованием пакета ANSYS

С.И. Каратушин, Ю.А. Плешанова, Н.А. Бильдюк, П.Н. Бокучава

Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова, 190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 1-я Красноармейская ул., д. 1

Control Power Calculation for Teeth of the Planetary Stage of a Gear Drive Using ANSYS Software Package

S.I. Karatushin, Y.A. Pleshanova, N.A. Bilyduk, P.N. Bokuchava

Baltic State Technical University VOENMEKH named after D.F. Ustinov, 190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, 1st Krasnoarmeyskaya St., Bldg. 1



e-mail: karatsi@bk.ru, Jylia_1980@mail.ru, Bokuchava.PN@Astronomikon.ru

i Силовой расчет в ANSYS планетарной передачи обеспечивает подробную картину напряженно-деформированного состояния всех элементов зацепления. Используемая программа позволяет с иных позиций, чем в случае применения классического метода, взглянуть на расчет. Основной принцип заключается в том, что упрочненные цементацией зубья — это элементы конструкции с остаточными напряжениями, физическая природа которых определяется структурой материала и геометрическими параметрами изделия. Остаточные напряжения складываются с напряжениями от внешних нагрузок. При расчете зубья рассматриваются как биметаллическая конструкция: цементованный слой — часть конструкции из высокопрочного материала, чувствительного к концентраторам напряжений, и сердцевина — из материала среднего уровня прочности, малочувствительного к концентраторам. Цементованный слой отделен от основной части зуба зоной растягивающих напряжений, но между ними не существует межфазной границы. Под действием внешних нагрузок в основании ножки зуба с зоной растягивающих напряжений образуется слабое место с наибольшими растягивающими напряжениями, которые и определяют допускаемые напряжения при изгибе в зависимости от уровня прочности цементуемой стали. По касательным напряжениям в зоне контакта в пересчете на изгибную выносливость оценивается допускаемая контактная нагрузка. Глубина максимума касательных напряжений определяет минимальную толщину слоя цементации. Проведенный анализ напряженно-деформированного состояния планетарной передачи показал существенно меньший уровень действующих напряжений в косозубой передаче. В контактах колес изменяется и преобладающий вид напряженного состояния. Зубья сателлитов в обоих типах планетарных передач не нагружаются по симметричному циклу. Для колес с внутренним зацеплением по условиям прочности вполне можно применять алюминиевые сплавы.

Ключевые слова: цементация, остаточные напряжения, силовой расчет, планетарная передача, изгибная прочность, контактная прочность, ANSYS.



Power calculation of a planetary gear drive using ANSYS provides a detailed picture of the stress-strain state of all the engaged elements. The software allows the calculation to be considered from different viewpoints other than those offered by the classical method. The

basic principle is that carburized teeth are structural elements with residual stresses, whose physical properties are determined by the material structure and geometry of the object. The residual stresses are added to the external load stresses. When performing the calculation, the teeth are considered to be bimetallic, that is having a carburized layer made of high strength material sensitive to stress concentrators, and a core made of medium strength material with low sensitivity to stress concentrators. The carburized layer is separated from the main part of the tooth by a zone of tensile stresses with no interface in between. Under the action of external loads, a weak point is formed at the foot of the tooth with the highest tensile stresses, which determine the allowable stresses at bending, depending on the strength of the carburized steel. The allowable contact load is estimated by shear stresses in the contact zone calculated as flexural endurance. The depth of the shear stress peak determines the minimum thickness of the carburization. The analysis of the stress-strain state of the planetary gear drive showed a significantly lower level of stresses in the helical gear. The prevailing stress state also changes in the contact wheels. The teeth of the satellites in both types of planetary gear drives are not loaded in a symmetrical cycle. For wheels with internal gearing, it is possible to use aluminum alloys as they satisfy the strength conditions.

Keywords: carburization, residual stresses, power calculation, planetary gear, flexural strength, contact strength, ANSYS.

Анализируемый в настоящей работе силовой расчет является продолжением работы [1] применительно к прямо- и косозубой ступеням планетарного редуктора. Рассматривается ступень редуктора, колеса a , g и b которого имеют следующие параметры: число зубьев $z_a = 24$; $z_g = 39$; $z_b = 102$; модуль зацепления $m = 2,75$; $b_w = 24$; $T_a = 150 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Колесо b остановлено. Колеса a и g цементованные, b нецементованное. Глубина цементации принимается равной 0,5 мм. Цементация с последующей термической обработкой создает в поверхностном слое зубьев остаточные напряжения (ОН) [2]. Именно с позиций наличия ОН и двухслойной структуры зуба (высокопрочный цементованный слой и средней прочности вязкая сердцевина) выполняются расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) и определение допускаемых напряжений [3, 4].

Прямозубая ступень планетарной передачи.

Результаты расчета НДС в контакте пары a – g для цементованного и нецементованного вариантов представлены в виде графиков на рис. 1 для всех фаз зацепления. Приведенные на рисунке изменения наибольших растягивающих напряжений (MPS — Maximum Principal Stress)

даны для анализируемого и сопряженного зуба.

В полюсе зацепления все виды напряжений приобретают максимальное значение. Напряженное состояние в зоне контакта, оцениваемое параметром χ Надаи — Лоде* [5, 6], соответствует сдвигу: $\chi = 0,4$ для нецементованного зуба и $\chi = -0,2$ для цементованного. Цементация не оказывает принципиального влияния на нормальные напряжения в зоне контакта. Амплитуда изменения касательных напряжений, достигающая максимума в полюсе зацепления $-200 \dots +130 \text{ МПа}$, одинакова как для цементованного, так и для нецементованного зуба (см. рис. 1). Однако уровни прочности цементованного слоя и стали для цементации после закалки и низкого отпуска принципиально различаются, что приводит в итоге к эффективности процесса цементации. Допускаемые значения касательных напряжений $[\tau_{-1}]$ для сердцевины и цементованного слоя легированных цементуемых сталей находятся в достаточно большом диапазоне, но точных сведений об этом в литературе мало.

Наибольшие растягивающие напряжения в цементованных зубьях на всех фазах зацепления больше нецементованных. Это напряжения в основании ножики зуба (рис. 2).

* Параметр Надаи — Лоде $\chi_i = 2(\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3) - 1$: $-1 \leq \chi \leq -0,5$ для растяжения; $-0,5 \leq \chi \leq 0,5$ для сдвига; $(\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3)$ — главные напряжения NS_x, NS_y, NS_z . Главные напряжения зависят от геометрии контакта и учитываются программой. Напряжения NS_x, NS_y, NS_z в соответствии с выбранной системой координат по отношению к рабочей поверхности зуба могут быть нормальными, тангенциальными (касательными) и радиальными. Напряженное состояние определяет долговечность конструкции.

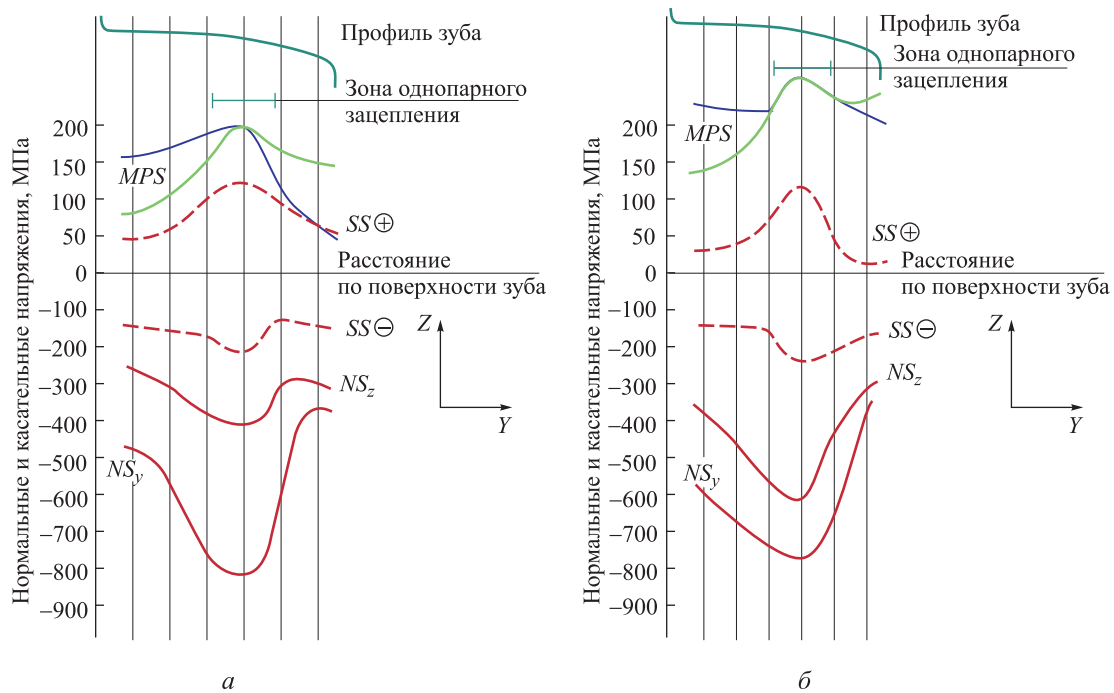


Рис. 1. Распределение напряжений в зоне контакта по поверхностному слою нецементованного (а) и цементованного (б) зубьев (внешнее зацепление): SS — касательные напряжения; NS_x, NS_y, NS_z — главные напряжения

Для конкретной марки стали при равном уровне прочности сердцевины (цементованных и нецементованных колес) цементация приводит к увеличению действующих растягивающих напряжений в основании ножки зуба и впадине. Соотношение максимального и минимального напряжений получается следующим: 2,7 — нецементованный вариант и 2,0 — цементованный, что скажется на усталостной долговечности. Поскольку в нецементованных колесах растягивающие напряжения возникают на поверхности, а в цементованных — под слоем цементации, то и чувствительность к концен-

тракторам будет разной. Таким образом, проанализировав НДС в зоне контакта пары *a-g*, можно сделать заключение: цементация существенно повышает контактную прочность [7] за счет касательных напряжений в цементованном слое. Если толщина этого слоя окажется меньше глубины расположения касательных напряжений, то цементация будет бесполезной с точки зрения усиления контактной прочности.

Подобная ситуация нередко возникает при азотировании. В этом случае контактная прочность целиком определяется прочностью подложки. Согласно теории Герца [8], максимальное касательное напряжение для контакта вдоль прямой двух цилиндров (подобие контакта зубьев) $\tau = 0,3[PE/(\pi R)]^{1/2}$ должно быть на глубине $\alpha = 0,78[4PR/(\pi E)]^{1/2}$ под участком контакта, где P — давление; R — приведенный радиус кривизны; E — приведенный модуль. По этим формулам получается приближенный результат, так как Герц свою теорию разрабатывал для однородных тел с учетом напряжений от внешних сил и без учета внутренних напряжений. Влияние же цементации на изгибную выносливость из-за противоречивости действующих факторов не представляется столь очевидным, как влияние на контактную проч-

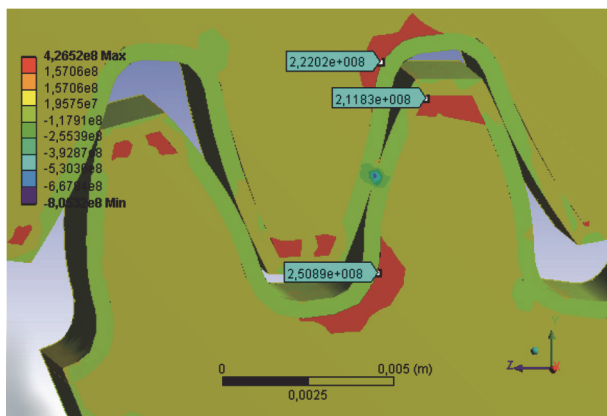


Рис. 2. Наибольшие растягивающие напряжения

ность. Проверить результаты экспериментально практически невозможно, так как нецементованные колеса выдерживают меньшую нагрузку вследствие более низкой контактной прочности, т. е. лимитирует «контакт», а не «изгиб».

Силовой расчет в системе ANSYS зубчатого зацепления не учитывает особенностей материала для зубчатых колес. К этим особенностям следует отнести различного рода включения, макро- и микропористость, структурную неоднородность. Все это связано с технологией производства заготовок. Ухудшать качество зубчатых колес может и механическая обработка. Свой вклад вносит и химико-термическая обработка [9]. Например, знак и величина остаточных напряжений зависят от применяемой марки стали и технологии термической обработки после цементации. По всем приведенным соображениям расчет в ANSYS дает наилучшие (завышенные) результаты и имеет четкое физическое обоснование. Получаемая в результате расчета картина НДС указывает на слабые места конструкции и применяемых технологий [10]. Так, при анализе работы цементованных зубчатых колес в литературе очень мало уделяется внимания растягивающим остаточным напряжениям (их значению и области расположения). Именно эти места являются потенциальными очагами разрушений. Оценка работоспособности колес по конечному результату часто не позволяет выяснить причины разброса в испытаниях.

Рассмотренная прямозубая зубчатая пара представляет собой часть ступени планетарной передачи: a — центральное колесо и g — сателлит. Логическим продолжением будет анализ НДС пары с внутренним зацеплением, т. е. са-

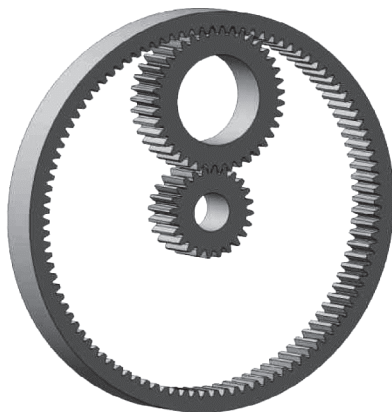


Рис. 3. Общий вид ступени планетарной передачи

теллита g с колесом b . Колесо b с числом зубьев 102, нецементованное, остановлено, крутящий момент $230 \text{ Н} \cdot \text{м}$ прикладывается к сателлиту. Общий вид зубчатой передачи представлен на рис. 3.

Особенностью пары g – b является постоянное двухпарное зацепление. В отличие от одно- и двухпарного зацеплений a – g , здесь совершенно другая геометрия контакта.

Вид напряженного состояния в контакте g – b также иной: на сателлите $\chi \approx -1$, что соответствует растяжению, а на колесе b параметр $\chi \approx 1$, что соответствует сжатию. С учетом эквивалентности кривых Велера необходимая кривая усталости получается путем умножения известных данных по многоциклового усталости на коэффициент пересчета напряжений для соответствующего напряженного состояния. Значение MPS в паре a – g составляет 250 МПа , а для пары g – b — соответственно 190 МПа на сателлите и не более 50 МПа для колеса b . Существенно меньше и касательные напряжения (SS — Shear Stress) для пары a – g : $-240 \dots +150 \text{ МПа}$; для пары g – b на сателлите g $-57 \dots +14 \text{ МПа}$ и на колесе b $-68 \dots +35 \text{ МПа}$. Все это иллюстрируется на рис. 4 и 5.

Из полученных результатов можно сделать следующие выводы:

1. Зубья сателлита в процессе работы планетарной передачи не нагружаются по сим-

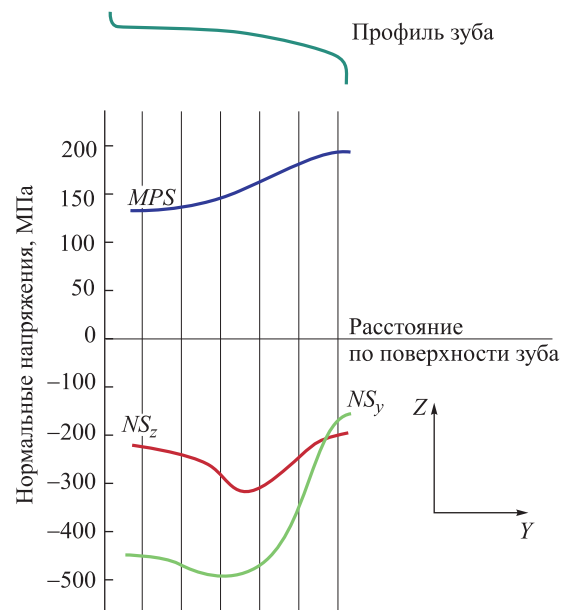


Рис. 4. Распределение напряжений в зоне контакта по поверхностному слою цементованного зуба при внутреннем зацеплении (сателлит g)

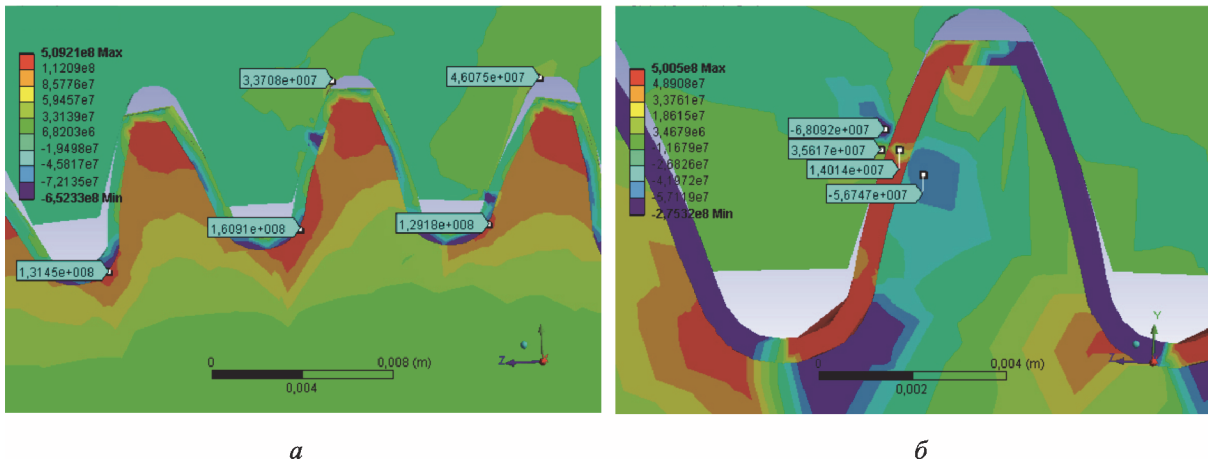


Рис. 5. Наибольшие растягивающие (а) и касательные (б) напряжения при двухпарном зацеплении *g-b*

метричному циклу с R_{-1} , так как в контакте с колесом *b* напряжения меньше, а следовательно, $|\sigma_m| < \sigma_a$ и $-\infty < R < -1$. Снижение напряжений изгиба вызвано изменением геометрии контакта и отсутствием однопарного зацепления.

2. Низкий уровень напряжений (как изгибных, так и контактных) позволяет использовать для колеса *b* материалы с меньшим уровнем прочности, например алюминиевые сплавы. Эти сплавы хорошо работают в парах трения со сталью. Пределы выносливости σ_{-1} на базе $5 \cdot 10^8$ циклов приведены в таблице [11].

Поверхностный наклеп повышает σ_{-1} на 25...30 %, а для образцов с надрезом — в 1,5–2,5 раза.

Следует иметь в виду, что коэффициент линейного расширения алюминиевых сплавов в 2 раза больше, чем у железных сплавов, а модуль упругости, наоборот, меньше. Окончательно вопрос о применении алюминиевых сплавов должен быть решен при соответствующей конструкторской проработке.

Выводы в дополнение к ранее сделанным [1]:

3. В зацеплении постоянно находятся две пары зубьев, что способствует значительному снижению действующих напряжений.

Значения пределов выносливости алюминиевых сплавов при различной температуре

Марка сплава	25 °C	150 °C
АМг5П	160	98
АК8Т	126	95
Д16Т	140	120

4. Низкий уровень напряжений в зубьях колеса с внутренним зацеплением указывает на возможность использования алюминиевых сплавов.

Косозубая ступень планетарной передачи.

Передачи такого типа широко используют в автоматических автомобильных коробках передач. Для сравнительного анализа НДС рассматривается аналог прямозубой передачи с теми же параметрами, но с углом наклона зубьев 15° и цементованными колесами *a-g*. На рис. 6 представлены графики изменения напряжений в зоне контакта (в нормальном сечении).

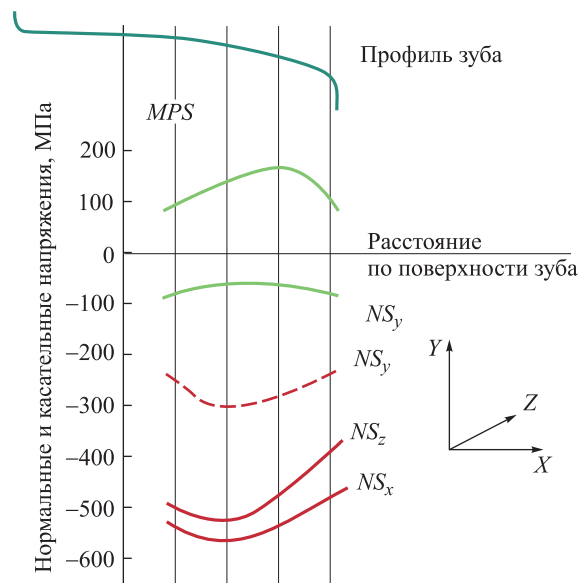


Рис. 6. Изменение напряжений в контакте *a-g* косозубого зацепления (для одного зуба)

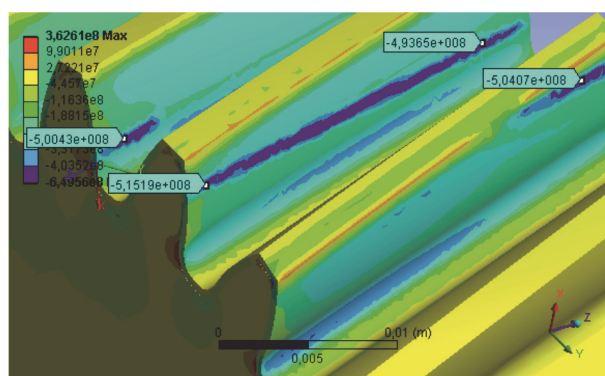


Рис. 7. Контактные линии на спутнике

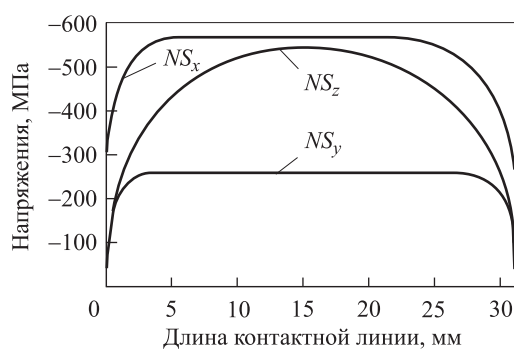


Рис. 8. Изменение напряжений по длине контактной линии

Основные закономерности, связанные с влиянием ОН на НДС в зацеплении, распространяются и на косозубую передачу. Для выбранного угла наклона в паре $a-g$ реализуется

трехпарное зацепление (рис. 7), в $g-b$ — четырехпарное.

При такой схеме зацеплений снижаются все виды напряжений. Естественно, что при увеличении угла наклона напряжения будут еще ниже. Распределение напряжений по ширине зуба дано на рис. 8.

Изменение наклона зубьев приводит к изменению напряженного состояния в контакте. Параметр Надаи — Лоде $\chi = -0,57 \dots -0,80$, что близко к растяжению.

Наибольшие растягивающие напряжения (MPS) на зубьях спутника находятся в следующих пределах: 175...195 МПа в паре $a-g$; 128...130 МПа в паре $g-b$, 46...74 МПа на колесах b .

Выводы

1. Низкий уровень напряжений в зубьях колес с внутренним зацеплением указывает на возможность использования алюминиевых сплавов.
2. В планетарных передачах спутник не нагружается по симметричному циклу: $|\sigma_m| < \sigma_a$ и $-\infty < R < -1$.
3. Цементация повышает преимущественно контактную прочность и в значительно меньшей степени изгибную, что связано с влиянием растягивающих остаточных напряжений.
4. Напряженное состояние в полюсе зацепления в прямозубой передаче соответствует сдвигу, а в косозубой — растяжению.

Литература

- [1] Каратушин С.И., Бильдюк Н.А., Плешанова Ю.А., Бокучава П.Н. Проверочный силовой расчет в ANSYS зубчатого зацепления. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2015, № 3, с. 27–34.
- [2] Чернышев Г.Н., Попов А.Л., Козинцев В.М. Полезные и опасные остаточные напряжения. *Природа*, 2002, № 10, с. 17–24.
- [3] Динь П.Д. Разработка методики определения параметров упрочнения цементацией зубчатых колес при ремонте. *Молодой ученый*, 2013, № 8, с. 85–88.
- [4] Павлов В.Ф. О наибольшей величине остаточных напряжений в упрочненных деталях. Математическое моделирование и краевые задачи. *Тр. 6 Всерос. науч. конф. с междунар. участием (1–4 июня 2009 г.)*, Самара, 2009, с. 186–189.
- [5] Берендеев Н.Н. *Применение системы ANSYS к оценке усталостной долговечности*. Нижний Новгород, Изд-во НГУ им. Н.И. Лобачевского, 2006. 83 с.
- [6] Надаи А. *Пластичность и разрушение твердых тел*. Москва, Изд-во Мир, 1969, т. 2, 864 с.
- [7] Batista A.C., Dias A.M., Lebrun J.L., Le Flour J.C., Inglebert G. Contact fatigue of automotive gears: Evolution and effects of residual stresses introduced by surface treatments. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2000, vol. 23, iss. 3, pp. 217–228.

- [8] Джонсон К. *Механика контактного взаимодействия*. Москва, Мир, 1989. 510 с.
- [9] Овсенко А.Н., Серебряков В.И., Гаек М.М. *Технологическое обеспечение качества изделий машиностроения*. Москва, Янус-К, 2003. 296 с.
- [10] Кирпичев В.А., Букатый А.С., Филатов А.П., Чирков А.В. Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей при различной степени концентрации напряжений. *Вестник УГАТУ*, 2011, т. 15, № 4(44), с. 81–85.
- [11] Алиева С.Г., Альтман М.Б., Амбарцумян С.М., Ананьин С.М. *Промышленные алюминиевые сплавы: справочник*. Москва, Metallurgia, 1984. 528 с.

References

- [1] Karatushin S.I., Bil'diuk N.A., Pleshanova Iu.A., Bokuchava P.N. Proverochnyi silovoi raschet v ANSYS zubchatogo zatsepleniia [Checking calculations of stresses in gears using ANSYS]. *Izvestiia vysshikh uchebnykh zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2015, no. 3, pp. 27–34.
- [2] Chernyshev G.N., Popov A.L., Kozintsev V.M. Poleznye i opasnye ostatochnye napriazheniia [Useful and harmful residual stresses]. *Priroda* [Nature]. 2002, no. 10, pp. 17–24.
- [3] Din' P.D. Razrabotka metodiki opredeleniia parametrov uprochneniia tsementatsiei zubchatykh koles pri remonte [Development of the method of determining the parameters of hardening carburizing gears for repair]. *Molodoi uchenyi* [Young scientist]. 2013, no. 8, pp. 85–88.
- [4] Pavlov V.F. O naibol'shei velichine ostatochnykh napriazhenii v uprochnennykh detaliakh. Matematicheskoe modelirovanie i kraevye zadachi [On the greatest magnitude of residual stresses in the hardening of parts. Mathematical modeling and boundary problems]. *Trudy 6 Vserossiiskoi nauchnoi konferentsii s mezhdunarodnym uchastiem (1–4 iyunia 2009 g.)* [6 Proceedings of the Scientific Conference with international participation (1–4 June 2009)]. Samara, 2009, pp. 186–189.
- [5] Berendeev N.N. *Primenenie sistemy ANSYS k otsenke ustalostnoi dolgovechnosti* [Application of ANSYS to the estimation of fatigue life]. Nizhnii Novgorod, NGU im. N.I. Lobachevskogo publ., 2006. 83 p.
- [6] Nadai A. *Plastichnost' i razrushenie tverdykh tel* [Plasticity and fracture of solids]. Moscow, Mir publ., 1969, vol. 2, 864 p.
- [7] Batista A.C., Dias A.M., Lebrun J.L., Le Flour J.C., Inglebert G. Contact fatigue of automotive gears: Evolution and effects of residual stresses introduced by surface treatments. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 2000, vol. 23, iss. 3, pp. 217–228.
- [8] Dzhonson K. *Mekhanika kontaktnogo vzaimodeistviia* [Contact mechanics]. Moscow, Mir publ., 1989. 510 p.
- [9] Ovsenko A.N., Serebriakov V.I., Gaek M.M. *Tekhnologicheskoe obespechenie kachestva izdelii mashinostroeniia* [Technological maintenance of quality engineering products]. Moscow, Ianus-K publ., 2003. 296 p.
- [10] Kirpichev V.A., Bukatyi A.S., Filatov A.P., Chirkov A.V. Prognozirovanie predela vynoslivosti poverkhnostno uprochnennykh detalei pri razlichnoi stepeni kontsentratsii napriazhenii [Prediction of fatigue strength surface-hardened parts with different degrees of stress concentration]. *Vestnik UGATU* [Bulletin USATU]. 2011, vol. 15, no. 4(44), pp. 81–85.
- [11] Alieva S.G., Al'tman M.B., Ambartsumian S.M., Anan'in S.M. *Promyshlennye aliuminievyie splavy: spravochnik* [Industrial aluminum alloys: Directory]. Moscow, Metallurgii publ., 1984. 528 p.

Информация об авторах

КАРАТУШИН Станислав Иванович (Санкт-Петербург) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Детали машин». Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 1-я Красноармейская ул., д. 1, e-mail: karatsi@bk.ru).

ПЛЕШАНОВА Юлия Андреевна (Санкт-Петербург) — аспирант кафедры «Детали машин». Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 1-я Красноармейская ул., д. 1, e-mail: Jyulia_1980@mail.ru).

БИЛЬДЮК Николай Алексеевич (Санкт-Петербург) — старший преподаватель кафедры «Детали машин». Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 1-я Красноармейская ул., д. 1).

БОКУЧАВА Петр Нугзарович (Санкт-Петербург) — аспирант кафедры «Космические аппараты и двигатели». Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова (190005, Санкт-Петербург, Российская Федерация, 1-я Красноармейская ул., д. 1, e-mail: Bokuchava.PN@Astronomikon.ru).

Information about the authors

KARATUSHIN Stanislav Ivanovich (Saint-Petersburg) — Candidate of Science, Associate Professor, Department of Machine Parts. Baltic State Technical University VOENMEKH named after D.F. Ustinov (190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, 1st Krasnoarmeyskaya St., Bldg. 1, e-mail: karatsi@bk.ru).

PLESHANOVA Yuliya Andreevna (Saint-Petersburg) — Postgraduate, Department of Machine Parts. Baltic State Technical University VOENMEKH named after D.F. Ustinov (190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, 1st Krasnoarmeyskaya St., Bldg. 1, e-mail: Jyulia_1980@mail.ru).

BILDYUK Nikolai Alekseevich (Saint-Petersburg) — Senior Lecturer, Department of Machine Parts. Baltic State Technical University VOENMEKH named after D.F. Ustinov (190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, 1st Krasnoarmeyskaya St., Bldg. 1).

BOKUCHAVA Petr Nugzarovich (Saint-Petersburg) — Postgraduate, Department of Aerospace Vehicles and Engines. Baltic State Technical University VOENMEKH named after D.F. Ustinov (190005, Saint-Petersburg, Russian Federation, 1st Krasnoarmeyskaya St., Bldg. 1, e-mail: Bokuchava.PN@Astronomikon.ru).