УДК 62.231.223

DOI: 10.18698/0536-1044-2015-11-13-20

Оценка распределения зазоров в планетарном роликовинтовом механизме

О.А. Ряховский, А.С. Марохин, А.Н. Воробьев

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Backlash Distribution Analysis in Planetary Roller-Screw Mechanism

O.A. Ryakhovsky, A.S. Marokhin, A.N. Vorobyev

BMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: rolgan@mail.ru

Приведен алгоритм оценки распределения осевых зазоров между сопрягающимися резьбовыми поверхностями винта и ролика, основанный на моделировании указанных поверхностей, имеющих две точки контакта, при шаге резьбы, распределенном вдоль осей винта и ролика по нормальному закону. Приведен пример оценки распределения осевых зазоров для конкретных значений геометрических параметров сопрягающихся резьбовых поверхностей. Показано, что осевой зазор при одинаковых углах наклона резьбы на среднем диаметре больше допуска на шаг минимум на порядок.

Ключевые слова: планетарный роликовинтовой механизм, распределение зазора.

A general algorithm for estimating the distribution of axial backlash between contacting threaded surfaces of screw and roller is described in the article. The algorithm is based on modelling the contacting surfaces that have two contact points and a pitch normally distributed along the screw and roller axes. An example of estimating axial backlash distribution for concrete values of geometrical parameters of the contacting threaded surfaces is given. It is shown that when pitch angles on the average diameter are the same, the axial backlash is at least a degree higher than the pitch tolerance.

Keywords: planetary roller-screw mechanism, axial backlash distribution.

Планетарный роликовинтовой механизм (ПРВМ), предназначенный для преобразования вращательного движения в поступательное, состоит из четырех основных элементов (рис. 1): винта, гайки, роликов и сепараторов [1].

В большинстве современных конструкций винт, гайка и ролики имеют многозаходную треугольную резьбу. Профиль резьбы винта и гайки по форме соответствует равнобедренному треугольнику с прямолинейными сторонами (рис. 2, *a*). В зависимости от производителя угол при вершине профиля может изменяться (фирма SKF применяет угол профиля 90° [1, 2], фирма Exlar — 70°). Ролики современных



Рис. 1. ПРВМ с ведущей гайкой: 1 — винт; 2 — гайка; 3 — ролики; 4 — сепаратор



Рис. 2. Общий вид профилей резьбы винта и гайки (a) и ролика (б)

ПРВМ имеют профиль в виде выпуклого равнобедренного треугольника, угол профиля образован пересечением касательных к боковым линиям профиля на среднем диаметре резьбы (рис. 2, *б*).

По принципу работы среди ПРВМ можно выделить механизмы, в которых перемещение выходного звена осуществляется вследствие разности углов подъема резьб ролика и винта и резьб ролика и гайки.

Важными характеристиками ПРВМ являются несущая способность и осевая жесткость. Для определения последней необходим комплекс параметров: свойства используемых материалов; характеристики термообработанного рабочего слоя деталей ПРВМ; погрешности изготовления; особенности процесса сборки и приработки механизма; размеры деталей механизма и их отклонения от номинальных значений; отклонения формы и т. д. В работе сделана попытка оценить распределение осевых зазоров между контактирующими резьбовыми поверхностями винта и ролика, образующихся вследствие ошибки изготовления резьбы по шагу.

Возникающие при механической обработке погрешности поверхности можно разделить на две группы: независящие от действия сил резания и зависящие от режимов механической обработки. К первой группе можно отнести геометрические погрешности станка в ненагруженном состоянии, погрешности в кинематической схеме, а также погрешности изготовления режущего инструмента, погрешности измерений при настройке станка и контроле качества обработанной поверхности. Ко второй группе относят погрешности, возникающие в результате действия сил резания: упругие деформации технологической системы, которая включает в себя заготовку, станок, приспособление и инструмент; температурные деформации технологической системы; износ режущего инструмента и т. д. [3].

Принятые допущения. Для некоторого упрощения расчетной схемы в настоящей работе приняты следующие допущения:

 боковые поверхности профилей резьбы идеально гладкие (шероховатость, волнистость и макронеровности отсутствуют);

 точки контакта резьбовых поверхностей расположены в плоскости, проходящей через оси вращения винта и ролика;

 при определении точек контакта резьбовых поверхностей учитывается только параллельное смещение винта и ролика относительно друг друга (наклон осей винта и ролика относительно друг друга при определении точек первоначального контакта не учитывается [4]);

 рассматривается случай контакта однозаходных разнонаправленных резьб винта и ролика, имеющих одинаковые углы наклона винтовой линии на среднем диаметре (т. е. средние диаметры винта и ролика одинаковы);

5) средний диаметр резьбовых поверхностей постоянен;

6) оси резьбовых поверхностей винта и ролика при определении точек первоначального контакта параллельны и лежат в одной плоскости;

7) в качестве закона распределения шага принят нормальный закон [5, 6].

Для оценки распределения зазоров вдоль оси между контактирующими резьбовыми поверхностями винта и ролика предложен алгоритм, укрупненная схема которого показана на рис. 3.



Рис. 3. Общий вид алгоритма определения зазоров в резьбе вдоль оси винта

Шаг 1. Ввод геометрических параметров деталей ПРВМ. В качестве исходных данных необходимы следующие значения: средний диаметр резьбы винта, гайки и ролика; номинальное значение шага резьбы; заходность резьбы винта и ролика; направление резьбы винта и ролика; число рассматриваемых (условно контактирующих) витков; радиус профиля резьбы ролика; угол профиля резьбы; допуск на шаг резьбы.

Шаг 2. Формирование ошибки по шагу. В качестве закона распределения значений шага резьбы на среднем диаметре выбран нормальный закон. Для получения случайных значений шага по этому закону использовалась команда MathCAD *rnorm* (m, μ , σ), где m — число возвращаемых случайных чисел; μ — математическое ожидание; σ — стандартное отклонение [7]. Примем, что m равно числу рассматриваемых витков резьбы, μ — номинальному значению шага, $\sigma = 1/6$ поля допуска на шаг резьбы [5, 6].

Для получения плавного изменения шага в зависимости от центрального угла ф была проведена интерполяция с использованием коэффициента кубического сплайна (рис. 4) [7].

Шаг 3. Формирование резьбовых поверхностей винта и ролика. Для оценки распределения зазоров в ПРВМ необходимо аналитически описать контактирующие резьбовые поверхности винта, гайки и роликов. Поскольку резьба представляет собой геликоидальную поверх-



Рис. 4. Одна из реализаций зависимости шага резьбы от центрального угла φ с учетом ошибки по шагу при номинальном значении шага 2 мм и допуске на шаг 0,002 мм (поле допуска симметрично относительно номинального значения шага)

ность с треугольным профилем (см. рис. 2), ее удобно описывать в цилиндрической системе координат.

Для описания геликоидальной поверхности были введены две системы координат: неподвижная (НСК), относительно которой строится поверхность и происходит отсчет центрального угла φ ; подвижная (ПСК), в которой строится производящий профиль резьбы.

Резьбовая однозаходная поверхность описывается следующими выражениями:

$$Z_{\text{пов}}(\varphi, z_{loc}) = \frac{\varphi}{2\pi} P(\varphi) + z_{loc}; \qquad (1)$$

$$\Phi_{\text{пов}}\left(\varphi, z_{loc}\right) = \pm \varphi; \qquad (2)$$

$$R_{\text{пов_лин}}(\phi, z_{loc}) = \frac{d_{\text{ср}}}{2} - \frac{z_{loc} + P(\phi)/2}{\text{tg }\beta/2} + \frac{P(\phi)}{4\text{tg }\beta/2}; (3a)$$

$$R_{\text{пов_pag}}\left(\varphi, z_{loc}\right) = \frac{d_{\text{cp}}}{2} + \sqrt{R_{\text{p}}^2 - \left(\left|z_{loc} - \frac{P(\varphi)}{2}\right| + R_{\text{p}}\cos\frac{\beta}{2} - \frac{P(\varphi)}{4}\right)^2} - R_{\text{p}}\sin\frac{\beta}{2}, \qquad (36)$$

где $Z_{\text{пов}}(\phi, z_{loc})$ — координата точки геликоидальной поверхности вдоль оси вращения в НСК; ф — центральный угол поворота ПСК относительно оси Оz НСК; z_{loc} — координата точки профиля резьбы в ПСК вдоль оси вращения (см. рис. 2); *Р*(ϕ) — зависимость шага резьбы от угла φ ; $\Phi_{\text{пов}}(\varphi, z_{loc})$ — центральный угол поворота ПСК относительно оси Ог СК (плюс — для правой резьбы, минус — для левой); *R*_{пов лин}(ϕ ,*z*_{loc}) — радиальная координата точки резьбовой поверхности, профиль которой имеет вид, представленный на рис. 2, а; d_{cp} — средний диаметр резьбы; β — угол профиля резьбы (при вершине); $R_{\text{пов_рад}}(\phi, z_{loc})$ радиальная координата точки резьбовой поверхности, профиль которой имеет вид, представленный на рис. 2, б (с радиусом кривизны боковых поверхностей R_{p}).

Выражение (1) описывает положение точки резьбовой поверхности в НСК по координате Z, которая направлена вдоль оси вращения. Первое слагаемое в выражении (1) определяет подъем ПСК по винтовой линии, второе слагаемое позволяет учесть прибавку аргумента в ПСК, служащую для описания профиля резьбы. Выражение (2) описывает центральный угол поворота радиуса-вектора начала координат ПСК относительно НСК. Выражения (3а) и (3б) описывают производящий профиль резьбы: выражение (3а) — профиль резьбы винта и гайки (прямолинейный профиль), выражение (3б) — профиль резьбы ролика (криволинейный). В обоих выражениях первое слагаемое — это средний радиус резьбы (в настоящей работе принято, что он постоянен), второе слагаемое служит для описания боковых линий профиля, третье необходимо для корректировки положения боковых линий профиля относительно нулевой линии.

Таким образом, система, составленная из уравнений (1)–(3), достаточно полно описывает контактирующие резьбовые поверхности. В свою очередь выражения (1)–(3) являются функциями двух параметров — центрального угла ϕ и координаты z_{loc} в ПСК.

Шаг 4. Определение положения резьбовых поверхностей винта и ролика при их контакте. В настоящей работе взаимное положение резьбовых поверхностей считается определенным, когда они касаются друг друга в двух точка (рис. 5).

Прежде чем определять точки первоначального контакта, необходимо разместить резьбовые поверхности на расстоянии, обеспечивающем гарантированный зазор между всеми витками. Чтобы определить точки первоначального контакта, нужно определить зазоры gap_1 и gap_2 как функции $z_loc_винта$ (рис. 6, *a*) и номера витков резьбы. Радиальные зазоры gap_1 являются функциями следующих параметров: $z_loc_винта$ — координата z в ПСК винта;



Рис. 5. Пример положения сопрягаемых резьбовых поверхностей:

а — поверхности имеют две точки контакта; б — место контакта (слева — сечение резъбовой поверхности винта, справа — ролика)

 $z_{loc_pолика}$ — координата z в ПСК ролика; $\varphi_{винта}$ — центральный угол относительно оси вращения в НСК винта, ввод которого в качестве параметра позволяет учесть тот факт, что точка контакта в общем случае не лежит в плоскости, проходящей через оси вращения винта и ролика; $\varphi_{ролика}$ — центральный угол относительно оси вращения в НСК ролика.

Благодаря принятому допущению 2 можно исключить два последних независимых параметра (центральные углы в НСК винта и ролика), путем некоторых манипуляций *z_loc_ролика* заменить на *z_loc_винта* и таким образом получить, что *gap_1* и *gap_2* являются функциями *z_loc_винта* и номера рассматриваемого витка.

Координаты *z_loc_винта_1* и *z_loc_винта_2*, при которых значения зазоров *gap_1* и *gap_2* минимальны по координате *z* ПСК винта и ролика, определяют из выражений

$$\frac{d(gap_1(z_loc_винта))}{d(z_loc_винта)} = 0;$$

$$\frac{d(gap_2(z_loc_винта))}{d(z_loc_винта)} = 0.$$

Зная z_loc_винта_1 и z_loc_винта_2, можно найти наименьший зазор из всей совокупности значений gap_1 и gap_2, вычисленных для всех контактирующих витков, и переместить резьбовую поверхность ролика на значение этого зазора.

Таким образом, найдено первое приближение в вычислении первой точки контакта резьбовых поверхностей. Для определения второй точки контакта необходимо вычислить радиальные зазоры для нового взаимного положения, используя аналогичный описанному выше метод с той разницей, что второе перемещение резьбовой поверхности ролика будет состоять из перемещений в радиальном и осевом направлениях, параллельно грани профиля, на которой находится первая точка контакта.

После описанных преобразований взаимного положения резьбовых поверхностей получено положение, при котором эти поверхности касаются друг друга в двух точках и их взаимного проникновения не происходит (в работе рассмотрен только геометрический контакт, силовое нагружение этой модели, при котором наблюдается обмятие контактирующих поверхностей, не затрагивается).

Шаг 5. Определение осевых зазоров между витками резьбовых поверхностей винта и ролика. После того, как определено начальное взаимное положение резьбовых поверхностей винта и ролика, можно определить осевые зазоры (рис. 6, *б*) между всеми условно контактирующими витками.

Как и при определении радиальных зазоров, в силу допущения 2 можно ликвидировать зависимость осевых зазоров *ax_gap_1* и *ax_gap_2*, оставив в качестве независимых параметров только координаты *z_loc_винта* в ПСК винта, *z_loc_ролика* в ПСК ролика и номер текущего рассматриваемого витка:

$$ax_{gap_1} =$$

$$= f_1(z_loc_винта, z_loc_ролика, n_витка);$$
 $ax_{gap_2} =$

$$= f_2(z_loc_винта z_loc_ролика n_витка).$$



Рис. 6. Схема определения радиальных зазоров (*a*) и осевых зазоров (*б*) между резьбовыми поверхностями винта и ролика

Для определения минимального зазора по координате z_{loc} в каждой паре сопрягаемых витков необходимо, чтобы выполнялись приведенные ниже условия, а также точки резьбовых поверхностей винта и ролика, между которыми вычисляется осевой зазор, лежали на одной линии, параллельной оси вращения винта:

$$\frac{\mathbf{d}(ax_gap_1)}{\mathbf{d}(z_loc_buhma)} = 0;$$

$$\frac{\mathbf{d}(ax_gap_1)}{\mathbf{d}(z_loc_ponuka)} = 0;$$

$$\frac{\mathbf{d}(ax_gap_2)}{\mathbf{d}(z_loc_buhma)} = 0;$$

$$\mathbf{d}(ax_gap_2)$$

$$\frac{\mathbf{d}(ax _gup_2)}{\mathbf{d}(z \ loc \ poликa)} = 0.$$

Шаг 6. Результаты расчета (вывод данных). В качестве примера приведем результаты расчета для одной реализации случайного распределения ошибки по шагу резьбы винта и ролика. Для расчета были взяты следующие параметры сопрягаемых резьбовых поверхностей: Номинальное значение шага резьбы, мм 2 Угол профиля резьбы, град 70 Допуск на шаг резьбы, мм 0,002 Радиус профиля резьбы ролика, мм 4 Число заходов резьбы: винта......1 ролика.....1 Направление резьбы: винта..... Левое ролика..... Правое Средний диаметр резьбы, мм:

Число рассматриваемых витков 50



Рис. 7. Величины зазора *ax_gap_1* (*a*) и зазора *ax_gap_2* (*б*) в зависимости от номера витка для одной реализации случайных значений шага



Рис. 8. Вероятность получения зазора *ax_gap_1* (*a*) и зазора *ax_gap_2* (*б*) для одной реализации случайных значений шага



Рис. 9. Плотность вероятности получения зазора *ax_gap_1* (*a*) и *ax_gap_2* (*б*) для одной реализации случайных значений шага

После формирования ошибки по шагу было получено среднее поле допуска шага резьбы ролика 0,0012 мм, винта — 0,0017 мм.

Результаты расчета осевых зазоров *ax_gap_1* и *ax_gap_2* представлены ниже:

	ax_gap_1	ax_gap_2
Среднее значение, мм	0,033	0,202
Среднее квадратическое		
отклонение, мм	0,015	0,031

Графическая интерпретация результатов расчета приведена на рис. 7–9.

Точки, в которых осевой зазор равен нулю (см. рис. 7), являются точками первоначального контакта резьбовых поверхностей винта и ролика.

Выводы

 В пределах принятых допущений осевой зазор на порядок больше, чем задаваемый допуск на шаг резьбы. 2. Существует некоторый допуск на шаг резьбы, при превышении которого реализация ПРВМ невозможна.

3. Осевой зазор, а следовательно и допуск на шаг резьбы, влияет на плавность работы механизма (что актуально для механизмов, в которых перемещение выходного звена обеспечивается разницей углов подъема винтовых линий гайки и ролика).

4. Сбор достаточно большого количества статистических данных позволит выявить связь значений допуска и номинального шага.

5. Полученные результаты можно использовать для определения нагруженного состояния резьб деталей ПРВМ, его осевой жесткости, для оценки плавности работы и силы самоторможения.

Литература

- [1] SKF Roller Screws Catalog. PUB MT/P1 14489 EN. April 2014.
- [2] Блинов Д.С., Алешин В.Ф., Кулиш А.В., Лаптев И.А. О модификации резьбы деталей планетарных роликовинтовых механизмов. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2010, № 7. URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/147434.html.
- [3] Дунин-Барковский И.В. Взаимозаменяемость, стандартизация и технические измерения. Москва, Издательство стандартов, 1987. 352 с.
- [4] Блинов Д.С., Ряховский О.А., Соколов П.А., Лаптев И.А. Определение размеров и полей допусков для основных деталей планетарных роликовинтовых передач. Справочник. Инженерный журнал, 2006, № 7, с. 2–24.
- [5] Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Москва, Наука, 1969. 576 с.
- [6] Дунаев П.Ф., Леликов О.П. *Расчет допусков размеров*. Москва, Машиностроение, 2001. 304 с.
- [7] Руководство пользователя MathCAD. 15.0 M010. 2011.

References

- [1] SKF Roller Screws Catalog. PUB MT/P1 14489 EN. April 2014.
- [2] Blinov D.S., Aleshin V.F., Kulish A.V., Laptev I.A. O modifikatsii rez'by detalei planetarnykh rolikovintovykh mekhanizmov [On the Modification of the Threading in the Details of the Planetary Roller Screws]. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Baumana* [Science & Education. BMSTU]. 2010, № 7. URL: http://technomag.bmstu.ru/doc/147434.html.
- [3] Dunin-Barkovskii I.V. Vzaimozameniaemost', standartizatsiia i tekhnicheskie izmereniia [Interchangeability, standardization and technical measurements]. Moscow, Standartinform publ., 1987. 352 p.
- [4] Blinov D.S., Riakhovskii O.A., Sokolov P.A., Laptev I.A. Opredelenie razmerov i polei dopuskov dlia osnovnykh detalei planetarnykh rolikovintovykh peredach [Dimensioning and tolerance zones for the main parts of the planetary rolle]. Spravochnik. Inzhenernyi zhurnal [Handbook. An Engineering journal]. 2006, no. 7, pp. 2–24.
- [5] Venttsel' E.S. Teoriia veroiatnostei [Probability Theory]. Moscow, Nauka publ., 1969. 576 p.
- [6] Dunaev P.F., Lelikov O.P. Raschet dopuskov razmerov [Calculation dimensional tolerances]. Moscow, Mashinostroenie publ., 2001. 304 p.
- [7] Rukovodstvo pol'zovatelia MathCAD 15.0 M010. 2011 [Manual MathCAD 15.0 M010. 2011].

Статья поступила в редакцию 31.08.2015

Информация об авторах

РЯХОВСКИЙ Олег Анатольевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: rolgan@mail.ru).

МАРОХИН Антон Сергеевич (Москва) — аспирант кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

ВОРОБЬЕВ Александр Николаевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Основы конструирования машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр.1). **RYAKHOVSKY Oleg Anatolievich** (Moscow) — Doctor of Science (Eng.), Professor, Department of Basics of Machine Designing. (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: rolgan@mail.ru).

Information about the authors

MAROKHIN Anton Sergeevich (Moscow) — Post Graduate, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1).

VOROBYEV Aleksandr Nikolaevich (Moscow) — Candidate of Science, Associate Professor, Department of Fundamentals of Machine Design. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1).