

Разработка математической модели расчета пружинного пакета волнового редуктора методом конечных разностей

А.И. Майков

Построена математическая модель расчета гибкого колеса волнового редуктора в виде пружинного пакета методом конечных разностей (МКР). Составлен комплекс программ, позволяющий моделировать процесс деформирования пружинного пакета из соосных круговых колец, соединенных жесткими перемычками. Эти программы предназначены для рационального проектирования волновых передач с уменьшенными осевыми габаритами, с более высокой кинематической точностью и повышенным запасом прочности.

Ключевые слова: волновая передача, метод конечных разностей, кольцевой пружинный пакет.

The mathematical model of calculation of a wave gearing with spring packages is constructed by a finite difference method. The software, allowing to model the process of deformation of a spring package of coaxial circular rings connected by rigid crosspieces for the purpose of efficient designing of a wave gearing with reduced axial dimensions, high kinematic accuracy and improved safety margin is developed.

Keywords: wave gear, finite differences method, ring spring package.

Схема гибкого колеса в виде пружинного пакета изображена на рис. 1 [1]. Пакет состоит из волнового зацепления (в центре), которое перемычками соединено с соосными кольцами жесткими. Расчету сил взаимодействия такого гибкого колеса с другими элементами передачи предшествует разработка его собственной расчетной модели [2]. Основное дифференциальное уравнение для криволинейных стержней и колец имеет следующий вид [3]:

$$\frac{d^6 v}{d\varphi^6} + 2 \frac{d^4 v}{d\varphi^4} + \frac{d^2 v}{d\varphi^2} + S = 0; \quad (1)$$

$$S = \frac{R^4}{EJ} (q_\varphi + q_n^{(1)}) + \frac{R^3}{EJ} (m^{(2)} + m), \quad (2)$$

где S — источниковый член, определяющий вид нагружения кольца. Он состоит из трех частей, которые определяют нагружение кольца распределенными касательной q_φ , радиальной q_n нагрузками и внешним изгибающим моментом m .



МАЙКОВ
Андрей Игоревич
 аспирант
 кафедры «Теоретическая
 механика и ТМ»
 (МГИУ)

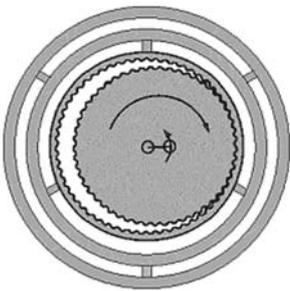


Рис. 1. Пружинный пакет

Вначале численное решение этого дифференциального уравнения осуществлялось на 7-точечном шаблоне (рис. 2) по разработанной процедуре [4] для 7-диагональной матрицы.

Дискретный аналог представляется в виде

$$a_i v_{i-3} + b_i v_{i-2} + c_i v_{i-1} - d_i v_i + e_i v_{i+1} + f_i v_{i+2} + g_i v_{i+3} + h_i = 0,$$

где $a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i, g_i, h_i$ — параметры, получаемые в результате дискретизации уравнения (1). Зная функцию касательных перемещений v , остальные факторы можно выразить через нее [6] следующим образом:

$$w = -\frac{dv}{d\varphi}; \quad \theta = \frac{1}{R} \left(\frac{d^2 v}{d\varphi^2} + v \right);$$

$$M = -\frac{EJ}{R^2} \left(\frac{d^3 v}{d\varphi^3} + \frac{dv}{d\varphi} \right);$$

$$Q = \frac{dM}{Rd\varphi} = -\frac{EJ}{R^3} \left(\frac{d^4 v}{d\varphi^4} + \frac{d^2 v}{d\varphi^2} \right);$$

$$N = -\frac{dQ}{d\varphi} = \frac{EJ}{R^3} \left(\frac{d^5 v}{d\varphi^5} + \frac{d^3 v}{d\varphi^3} \right).$$

Если кольцо жестко заделано в какой-либо i -й точке, то в ней $v_i = 0, w_i = 0, \theta_i = 0$. Если параметры q_n, q_φ и m известны как функции угла φ , то, подставляя их числовые значения в источникный член S для каждой точки и используя указанные выше процедуры, получим решение для всего кольца.

Если на кольцо действует сосредоточенный силовой фактор в какой-либо точке, то в расчетах возникают определенные трудности. Для примера рассмотрим действие нормальной си-

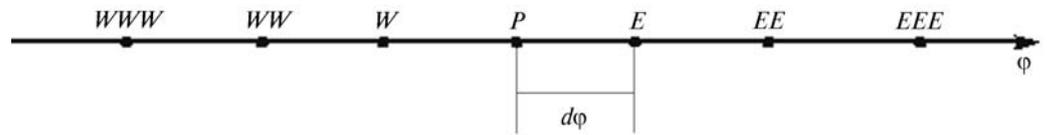


Рис. 2. Конечно-разностная схема

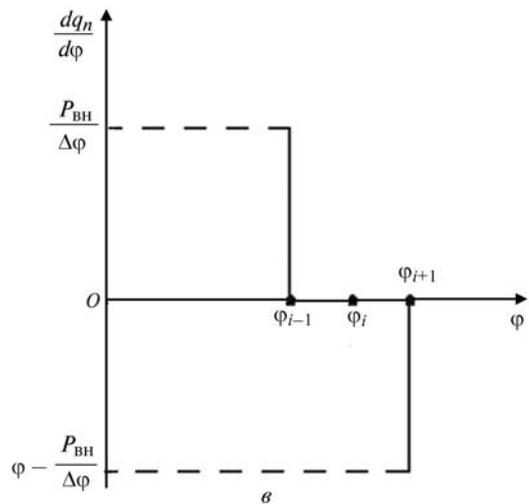
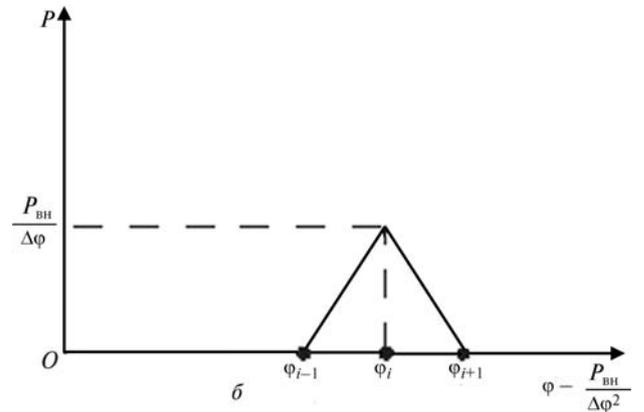
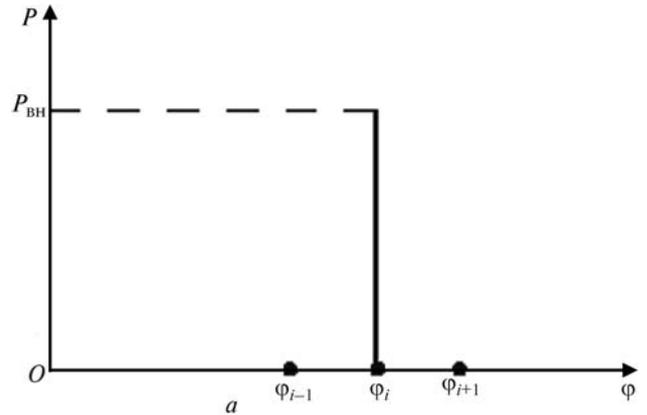


Рис. 3. Вид размытия δ -функции

лы P точке φ_i . В этом случае сила представляет собой δ -функцию (рис. 3, а).

Для записи ее в источниковый член используется метод размытия δ -функции. На рис. 3, б показано размытие δ -функции треугольником, при этом его площадь равна $P_{вн}$. Тогда $\frac{dq_n}{d\varphi}$ бу-

дет иметь вид, изображенный на рис. 2, в, а ее значение будет равняться коэффициенту наклона прямых. Таким образом, если на кольцо в i -й точке действует нормальная сила $P_{вн}$, то в источниковый член ($i - 1$)-й точки добавляется $S_{i-1} = \frac{R^4 P_{вн}}{EJ \Delta\varphi^2}$, для ($i + 1$)-й точки —

$$S_{i+1} = -\frac{R^4 P_{вн}}{EJ \Delta\varphi^2},$$

а для i -й точки не добавляется ничего. Если на кольцо действует сосредоточенные момент или касательная сила, то источниковый член расписывается аналогично. Следует отметить, что для размытия δ -функции в первом случае будет использоваться парабола, а во втором — прямоугольник. Вид размытия δ -функции определяется величиной производной того или иного внешнего силового фактора, стоящего в источнике.

Для пружинного пакета, состоящего из нескольких колец, которые жестко соединены между собой перемычками, выполняются следующие условия: силовые факторы на концах перемычек равны между собой, т. е. $M_1 = M_2$, $Q_1 = Q_2$, перемещения определяются следующими соотношениями: $v_1 R_2 = v_2 R_1$, $w_1 = w_2$, $\theta_1 = \theta_2$. С учетом этих соотношений и алгоритма, описанного для одного кольца, получаем решение для любого количества колец, перемычек, заделок и любых видов внешней нагрузки.

Для примера рассмотрим пружинный пакет, состоящий из трех колец. Между кольцами по восемь регулярных перемычек, радиус внешнего кольца — 100 мм, второго — 85 мм, третьего — 70 мм, деформирование внешнего венца пакета происходит по двум волнам. Результаты расчетов представлены на рис. 4.

Недостатком кольцевого пакета является то, что из-за его дискретной структуры пакет име-

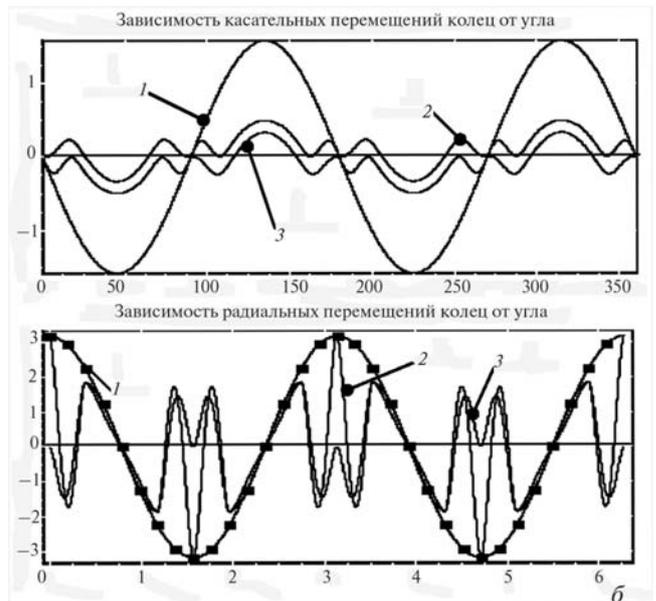
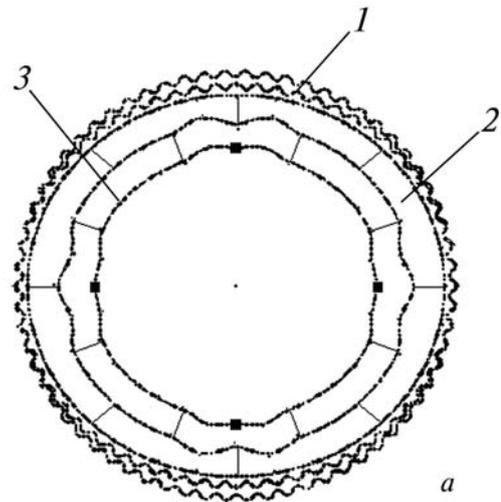


Рис. 4. Схема деформирования пакета (а) и графики зависимостей радиальных и касательных перемещений колец от угла (б):

1 — для внешнего кольца; 2 — для второго кольца; 3 — для внутреннего кольца; ■ — заданные перемещения для гибкого зубчатого венца

ет переменную радиальную жесткость, т.е. точка приложения радиальной силы, бегущей в окружном направлении, при одном и том же значении этой силы будет получать различные радиальные перемещения. Для выравнивания радиальной жесткости пакета необходимо подобрать такие жесткостные параметры колец и перемычек между ними, чтобы отклонения величин этих перемещений от их среднего значения были бы минимальными. На рис. 5 пред-

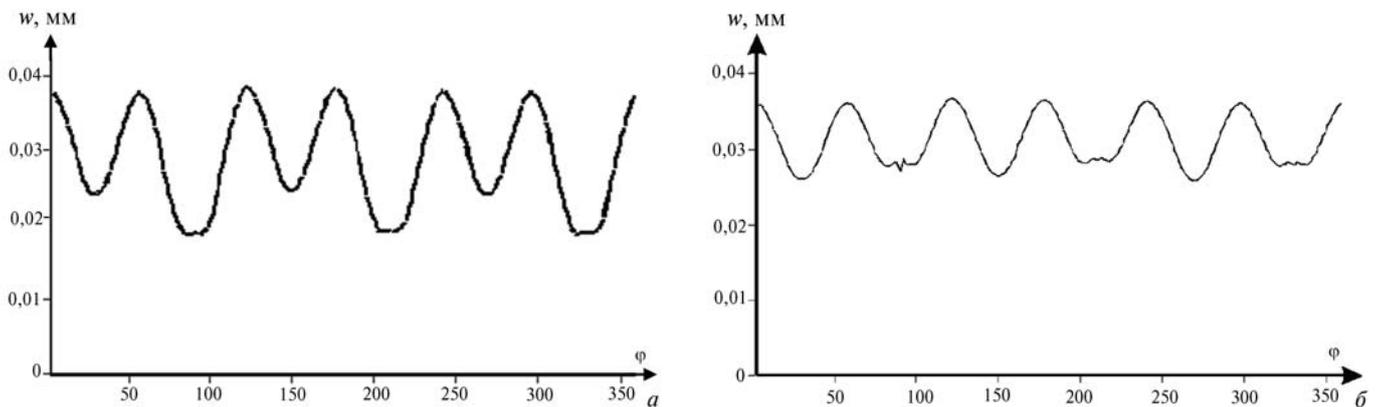


Рис. 5. Зависимости радиального перемещения от угла при разных толщинах колец

ставлены два примера, показывающие радиальные отклонения точки приложения силы в пакете из трех колец, соединенных регулярными перемичками, расположенными под углом 120° . На рис. 5, а показаны радиальные перемещения в пакете, жесткости всех колец которого одинаковые. Во втором случае жесткость внутреннего кольца в 2 раза меньше, чем у внешних. Из этих примеров следует, что во втором случае отклонения получаются более равномерными, поскольку они уменьшаются практически в 3 раза.

Таким образом, направленным перебором параметров колец можно добиться более равномерных отклонений перемещений, что по-

зволяет создавать пакеты для волновых передач с более высокой нагрузочной способностью.

Литература

1. *Боглаев Ю.П.* Вычислительная математика и программирование М.: Высш. шк., 1990. 438 с.
2. *Иванов М.Н.* Волновые зубчатые передачи. М.: Высш. шк., 1981, 184 с.
3. *Клеников С.С.* Совместное деформирование упругого вкладыша и венца гибкого колеса волновой передачи // Известия вузов. Машиностроение. 1976. № 11. С. 50—54.
4. *Чижов В.Ф.* Теория тонкостенных элементов конструкций: В 2 ч. Ч. II. М.: МАМИ, 1980. 134 с.

Статья поступила в редакцию 15.04.2011 г.