

УДК 621.8

# Проектирование и анализ кулачковых механизмов с помощью ЭВМ


**И.В. Леонов**

МГТУ им.Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

## Computer-aided design and analysis of cam gears

**I.V. Leonov**

Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

 e-mail: [olgadleonova@dk.ru](mailto:olgadleonova@dk.ru)

**i** Важнейшей характеристикой механизмов машин является экономичность расхода энергии. Снижение расхода энергии механизмов машин требует создания математических моделей для разработки рекомендаций по экономии энергии. Основной причиной снижения экономичности механизмов являются изменения скоростей и нагрузок, которые вызывают отклонения от оптимальных значений и возрастание потерь энергии. Другая причина возрастания потерь энергии — принудительное торможение с потерей кинетической энергии. Развитие математических моделей машин с кулачковыми механизмами помогает разработке основных рекомендаций для экономии энергии, невозможных без оценки скоростей скольжения звеньев и действующих в зоне контакта усилий. Решить данную проблему возможно путем формирования критериев качества механизмов. В предлагаемой статье в качестве критериев выбраны скорость скольжения в высшей кинематической паре и коэффициент возрастания в ней. Путем математического моделирования критериев качества кулачкового механизма выявлена зависимость необходимых размеров кулачка от угла переключения с разгона на торможение толкателя. Полученные результаты позволят усовершенствовать методику расчета кулачкового механизма, а также снизить расход энергии и износ звеньев.

**Ключевые слова:** расход энергии, разгон, торможение, критерий качества, математическое моделирование, высшая кинематическая пара, кулачковый механизм, усилие подъема.

**i** The most important characteristic of mechanisms and machines is the efficiency of energy consumption. The increase in energy consumption requires mathematical modeling in order to develop recommendations for saving energy. Energy in mechanisms is lost mainly due to the speed and load deviations from their optimum values. It is also lost because of forced braking. Mathematical models of cam gears can help to develop key recommendations for energy saving, which is impossible without evaluating sliding speeds and contact forces. To solve this problem, the quality criteria of mechanisms must be developed. In this paper, the sliding speed in the kinematic pair of higher degree and the increment factor are chosen as quality criteria. The mathematical modeling of cam gears has shown that the cam size depends on the switch angle between the pusher acceleration and deceleration. The obtained results make it possible to improve the technique for simulating cam gears and reduce the power consumption and wear of links.

**Keywords:** energy consumption, starting, braking, synthesis of mechanisms, mathematical modeling, kinematic pair of higher degree, cam gear, lifting force.

Плоские кулачковые механизмы (рис. 1) получили широкое распространение в системах автоматизации машин, например, в двигателях внутреннего сгорания (ДВС) [1, 2]. Это объясняется возможностью обеспечения продолжительного неподвижного состояния выходного звена — толкателя кулачкового механизма. Входное звено механизма (кулачок) является ведущим звеном на участке подъема толкателя. Соединение этих двух звеньев точечным контактом образует высшую кинематическую пару, которая подвержена значительному износу из-за значительной скорости скольжения и высоких динамических нагрузок. При проектировании кулачковых механизмов особое внимание уделяют повышению долговечности работы высшей кинематической пары кулачок–толкатель, а в качестве исходных данных обычно задают обобщенный закон изменения ускорения толкателя и различного рода ограничения [3, 4]. Задача проектирования кулачкового механизма — определение закона изменения радиуса профиля кулачка при обеспечении наилучших значений критериев качества механизма.

Цель работы — совершенствование методики расчета кулачкового механизма, снижение износа его звеньев и расхода энергии.

Выбор закона движения толкателя, определяющего закон изменения радиуса кулачка, является сложной задачей, решаемой методом оптимального проектирования по многочисленным критериям оптимальности. Пример такой задачи (рис. 1) — проектирование кулачкового механизма ДВС [1, 5], где силы инерции

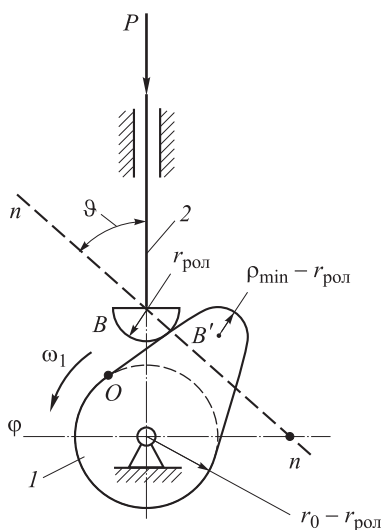


Рис. 1. Кулачковый механизм с поступательным двигающимся толкателем:  
1 — кулачок; 2 — толкатель;  $n-n$  — нормаль к поверхности контакта

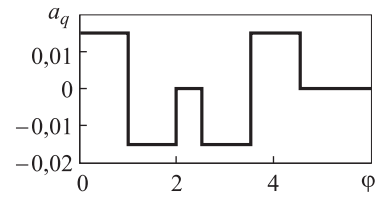


Рис. 2. Симметричный ступенчатый закон изменения аналога ускорений толкателя

толкателя являются расчетными нагрузками, которые определяются выбором закона движения толкателя.

Для анализа критериев качества механизма был выбран симметричный закон движения толкателя в виде безразмерных ступенчатых изменений ускорения по углу поворота кулачка при разгоне и торможении на участке подъема толкателя (рис. 2) как пример наиболее тяжелых условий работы высшей кинематической пары в точке контакта кулачка и толкателя [1].

В первую очередь при расчетах на ЭВМ требуется отказаться от архаичного, называемого некоторыми авторами «классического» правила знаков сил, когда силам приписывается знак, учитывающий скорости точки ее приложения [3]. Для проведения математического моделирования критериев качества кулачкового механизма была создана программа расчета на ЭВМ с циклом расчета по углу поворота кулачка [4, 5].

Первым этапом проектирования является преобразование заданного закона движения к размерному виду, т. е. определение абсолютных значений ускорений, скоростей и перемещений толкателя в характерных точках закона движения, особенно в таких, где они достигают экстремальных значений или имеют точки разрыва [6, 7]. Для этого используются интегральные соотношения:

- аналога ускорения

$$a_{qB}^{(\varphi)} = \frac{d^2 S_B(\varphi)}{d\varphi^2};$$

- аналога скорости

$$V_{qB}^{(\varphi)} = \frac{dS_B(\varphi)}{d\varphi} = \int a_{qB}(\varphi) d\varphi.$$

Изменение перемещения толкателя по углу поворота кулачка описывается функцией

$$S_B(\varphi) = \int V_{qB}(\varphi) d\varphi.$$

Переход к абсолютным значениям ускорений и скоростей толкателя производится при

постоянной скорости вращения кулачка  $\omega_1 = \text{const}$  [8, 9]:

$$a_B(\varphi) = \omega_1^2 a_{qB}(\varphi);$$

$$V_B(\varphi) = \omega_1 V_{qB}(\varphi).$$

Кулачковый механизм имеет ярко выраженный цикл движения, когда его параметры в конце движения возвращаются к исходным значениям. Поэтому при выборе закона движения необходимо выполнить одно условие: первая кинематическая передаточная функция на участке удаления толкателя от центра вращения кулачка (подъема)  $\varphi_{\text{п}}$  и на участке спуска  $\varphi_{\text{с}}$  должна обеспечивать одинаковые максимальные перемещения толкателя  $H_B$ , т. е.

$$H_B = \int_0^{\varphi_{\text{п}}} V_{qB}(\varphi) d\varphi = - \int_{\varphi_{\text{п}}}^{\varphi_{\text{с}}} V_{qB}(\varphi) d\varphi.$$

Аналогичным требованиям должна удовлетворять и вторая передаточная функция (аналог ускорения), чтобы обеспечить на участке подъема толкателя

$$V_{q\text{max}} = \int_0^{\varphi_{\text{у}}} a_{qB}(\varphi) d\varphi = - \int_{\varphi_{\text{у}}}^{\varphi_{\text{т}}} a_{qB}(\varphi) d\varphi,$$

где  $\varphi_{\text{у}}$ ,  $\varphi_{\text{т}}$  — углы поворота кулачка при ускоренном и замедленном движении (торможении).

При проектировании кулачкового механизма необходимо учитывать, что в характерных точках, где ускорение толкателя претерпевает мгновенное изменение (точки разрыва второй передаточной функции) силы инерции также меняются мгновенно. Это явление называется мягким ударом. Как правило, в этих точках усилия в высшей кинематической паре в точке контакта кулачка и толкателя достигают максимального значения.

Таким образом, при проектировании кулачкового механизма необходимо выбрать основные размеры и построить профиль кулачка [3, 9]. Выбор начального радиуса  $r_0$  и профиля кулачка определяет износы в высшей кинематической паре кулачок–толкатель и КПД механизма, связанные со скоростями скольжения профилей, усилиями и контактными напряжениями. Значительное влияние на характеристики механизма оказывает угол давления  $\vartheta$  в высшей кинематической паре (рис. 1) — угол между нормалью  $n-n$  к поверхностям профилей кулачка и скоростью ведомого звена (толкателя 2). Поэтому при проектировании кулачкового механизма в системе MathCAD в дополнении к расчету основных размеров возможно проанализировать влияние угла давления на ско-

рость скольжения, износ и КПД в высшей кинематической паре [5, 7].

Угол давления  $\vartheta$  как угол наклона усилия в высшей кинематической паре к оси толкателя (см. рис. 1) оказывает большое влияние на возникающие в точке контакта силы и скорости скольжения профилей на участке подъема толкателя, а, следовательно, и на износ и КПД. Допустимые значения угла давления  $\vartheta$  определяются возможностью заклинивания механизма силами трения. В реверсивных механизмах, где происходит изменение направлений скоростей и усилий в зоне контакта на участке подъема толкателя, целесообразно ограничивать значения углов давления в обоих направлениях вращения. Поэтому на максимальные значения угла давления накладываются ограничения, обусловленные необходимостью исключения возможности заклинивания кулачкового механизма. Угол давления  $\vartheta$  не является оптимизируемым параметром, но часто определяет значения многочисленных критериев качества функционирования кулачкового механизма. Поэтому после предварительного определения основных размеров следует проанализировать выбранные значения размеров по значениям критериев качества функционирования кулачкового механизма [5, 8]:

- скорости скольжения реального профиля кулачка и толкателя;
- приведенных радиусов в высшей кинематической паре;
- коэффициента возрастания усилий в зоне контакта;
- коэффициентов потерь и КПД механизма;
- коэффициента полноты диаграммы подъема толкателя [1].

В качестве примера расчета кулачкового механизма были приняты исходные данные из сборников заданий курсового проекта по ТММ [3, 4]. При моделировании кинематических характеристик кулачкового механизма по углу поворота кулачка  $\varphi$  был принят симметричный закон изменения аналога ускорения с разрывами в точках угла переключения с разгона на торможение равной продолжительности (см. рис. 2) [3, 5].

Диаграмма изменения скоростей скольжения (рис. 3) показывает, что скорость скольжения идеализированного профиля почти в 2 раза превышает скорость скольжения реального профиля.

Смоделированная зависимость коэффициента возрастания усилий в зоне контакта от угла поворота кулачка  $\varphi$ , предложенного профес-

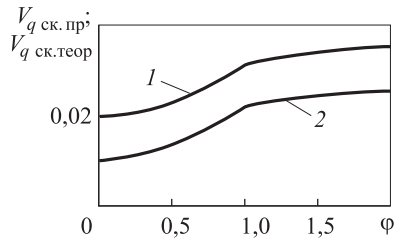


Рис. 3. Зависимость скорости скольжения профилей высшей кинематической пары от угла поворота кулачка:

1 — идеализированный профиль кулачка, соответствующий заостренному толкателю; 2 — реальный профиль кулачка, соответствующий радиусу ролика при равенстве его значения минимальному радиусу кривизны реального профиля кулачка (см. рис. 1)

сором Л.Н. Решетовым в качестве одного из критериев качеств кулачкового механизма

$$K_Q = \frac{1}{\cos(\vartheta(\varphi) + \varphi_{\text{тр}})},$$

значения которого зависят от угла давления  $\vartheta$  и угла трения  $\varphi_{\text{тр}} = a \tan(\varphi_{\text{тр}})$ , где  $\varphi_{\text{тр}}$  — коэффициент трения [3, 5], представлена на рис. 4.

Зависимость изменения угла давления  $\vartheta$  при выбранных по допустимому углу давления значениях начального радиуса кулачка  $r_0$  приведена на рис. 5. На рисунке видно, что максимальный угол давления находится в точке  $\varphi = \varphi_{\text{пер}}$  переключения с разгона на торможение толкателя.

Сравнение диаграмм коэффициента возрастания усилий  $K_Q(f)$  и угла давления  $\vartheta$  показывает их хорошую корреляцию [7, 9]. Оценка скоростей скольжения в высшей кинематической паре и кривая коэффициента возрастания

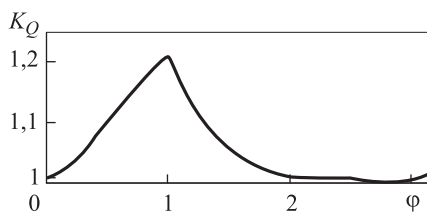


Рис. 4. Зависимость коэффициента возрастания усилий в высшей кинематической паре от угла поворота кулачка

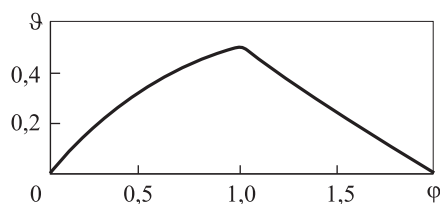


Рис. 5. Зависимость изменения угла давления от угла поворота кулачка

усилий позволяет в первом приближении определить с помощью ЭВМ предполагаемое место профиля кулачка, подверженное максимальному износу по критерию в виде произведения аналога скорости скольжения на коэффициент возрастания усилий [7, 8].

При использовании графических методов расчета поиск начального радиуса идеализированного профиля кулачка  $r_0$  осуществляется путем построения фазовой диаграммы [3, 8] в системе координат аналога скорости толкателя  $V_q(S)$  от его перемещения и выделением допустимых областей положения центра вращения кулачка без превышения заданного максимально допустимого значения угла давления (рис. 6). Ограничение на максимальный угол давления накладывается только на фазе удаления толкателя, а на фазе сближения толкателя оно теряет смысл, если нет необходимости обеспечить реверсирование вращения кулачка [1, 3]. В случае реверсирования кулачка при принятом симметричном законе движения (см. рис. 1) получаем простейший кулачковый механизм с центральным поступательно движущимся толкателем  $e = 0$  с положением центра вращения кулачка в точке  $O_1$  (см. рис. 6, кривая 1).

Для оценки критериев качества кулачкового механизма в ранее разработанной программе ЭВМ [5, 9] в качестве параметра цикла при мо-

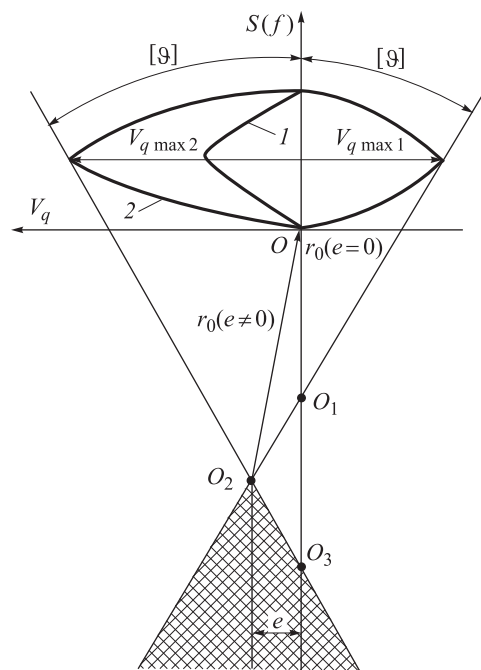


Рис. 6. Фазовая диаграмма кулачкового механизма:

1 — симметричный закон движения толкателя с моментом переключения  $\varphi_y = \varphi$ ; 2 — несимметричный закон движения толкателя с моментом переключения, сниженным в 2 раза

делировании в системе Mathcad был выбран угол переключения  $\varphi_n$ . Уменьшение угла переключения  $\varphi_n$  приводит к увеличению значений модулей ускорений на участке ускоренного подъема толкателя  $\varphi_y$  и переключения с разгона на торможение  $\varphi_r$ :

$$\frac{a_{q2}}{a_{q1}} = \frac{\varphi_y}{\varphi_r} - 1,$$

где  $\varphi_n$  — угол подъема,  $\varphi_n = \varphi_y + \varphi_r$ ;  $\varphi_y$  — угол переключения с разгона на торможение;  $\varphi_r$  — угол торможения толкателя на участке подъема;  $a_{q2}, a_{q1}$  — значения аналогов ускорения на участках ускоренного и замедленного движений. Физический смысл этого явления заключается в равенстве площадей под зависимостями ускорений на участках подъема и торможения.

Таким образом, при сохранении неизменно значения хода толкателя  $H$  изменение ускорения на участке подъема толкателя зависит от угла переключения и описывается выражением вида

$$a_q = \frac{2H}{\varphi_y^2},$$

при этом, как показано на рис. 7, изменяется и максимальная скорость толкателя

$$V_{qmax} = \int_0^{\varphi_n} a_q d\varphi_y.$$

Из результатов моделирования следует, что при выбранном допустимом значении угла давления  $[\vartheta]$  (см. рис. 6) сохранение эксцентриситета  $e = 0$  вызывает неоправданное значительное увеличение габаритных размеров кулачка, связанных с  $r_0$  при снижении угла переключения. В свою очередь, это вызывает рост скорости скольжения и снижение КПД. Борьбу с данным явлением можно путем выбора эксцентриситета со значениями, зависящими от максимальных скоростей толкателя.

Фазовые диаграммы реверсивного кулачкового механизма с различным эксцентриситетом  $e$  показаны на рис. 6. Выбирая центр вращения кулачка в точке  $O_3$  фазовой диаграммы

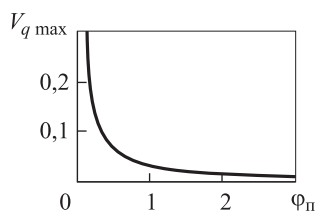


Рис. 7. Зависимость максимальной скорости толкателя от угла переключения

кулачкового механизма без эксцентриситета  $e = 0$ , обеспечивается условие  $\vartheta \leq [\vartheta]$ , при котором максимальный угол давления  $\vartheta_{max}$  не превышает его допустимого значения  $[\vartheta]$  при любом направлении вращения и на подъеме и на спуске толкателя. При этом начальный радиус кулачка  $r_0$  имеет наибольшее значение

$$r_{01} = \frac{V_{qmax2}}{\text{tg}[\vartheta]} + S(\varphi_{V_{qmax}}).$$

Выбирая центр вращения кулачка в точке  $O_1$  фазовой диаграммы кулачкового механизма без эксцентриситета  $e = 0$  (см. рис. 6), условие  $\vartheta \leq [\vartheta]$  не обеспечивается и максимальный угол давления  $\vartheta_{max}$  превышает его допустимое значение  $[\vartheta]$  на спуске толкателя при направлении вращения по часовой стрелке, что не имеет значения так как толкатель опускается под действием пружины, а не кулачка. Однако это условие не обеспечивается при направлении вращения против часовой стрелки и максимальный угол давления  $\vartheta_{max}$  превышает его допустимое значение  $[\vartheta]$  на подъеме толкателя, что может вызвать заклинивание механизма.

При выполнении необходимого условия  $\vartheta \leq [\vartheta]$  начальный радиус кулачка  $r_0$  имеет наименьшее значение при значении эксцентриситета

$$e = \frac{V_{qmax2} - V_{qmax1}}{2}.$$

Таким образом, анализ результатов моделирования параметров кулачкового механизма показывает, что значения коэффициента возрастания усилий в высшей кинематической паре меняются значительно при изменении угла переключения с разгона на торможение толкателя. Поэтому при увеличении угла переключения растут и необходимые размеры механизма.

Из результатов расчета скоростей скольжения и их аналогов по углу поворота кулачка следует, что они монотонно увеличиваются с радиусом кулачка. Максимальное значение скорости скольжения достигается на верхнем выстое кулачка, когда усилия на толкателе не являются максимальными.

Расчет коэффициента потерь на трение в высшей кинематической паре показывает, что минимум потерь наблюдается при максимальном угле давления. Это явление остается незамеченным при существующей методике графического проектирования кулачкового механизма.

Неожиданным, но объяснимым, является высокое значение КПД при высоком значении угла

давления  $\vartheta$ . Это объясняется тем, что минимальные значения КПД соответствуют нижнему и верхнему выстому, в которых отсутствует полезная работа, но угол давления близок к нулю.

## Выводы

1. Разработанные методика оценки качества кулачкового механизма и программа расчета на ЭВМ заставляют по новому оценить существующую графическую методику расчета кулачко-

вого механизма, которая заканчивается проверкой расчета угла давления, и требуют совершенствования, так как не отражают современного состояния науки и техники.

2. Совершенствование методики расчета кулачкового механизма следует проводить в направлении обязательного анализа критериев качества при проектировании и связи их с основными геометрическими параметрами и углом давления.

## Литература

- [1] Александров А.А., Иващенко Н.А., ред. *Машиностроение. Энциклопедия. Т. IV–14. Двигатели внутреннего сгорания*. Москва, Машиностроение, 2013. 784 с.
- [2] Vidal P. *Aide memoire d'automatique*. Paris, Dunod, 1985. 196 p.
- [3] Тимофеев Г.А. Умнов Н.В., ред. *Теория механизмов и машин. Курсовое проектирование*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 154 с.
- [4] Каганов Ю.Т., Плужников В.И., Чернышёва И.Н. *Поршневые машины. Сборник заданий для курсового проекта по курсу «Теория механизмов»*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. 80 с.
- [5] Леонов И.В., Леонов Д.И. *Теория механизмов и машин*. Москва, Высшее образование, 2009. 239 с.
- [6] Егорова О.В., Леонов Д.И., Леонов И.В., Павлов Б.И. *Применение системы MathCAD в курсовом проектировании по ТММ*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. 49 с.
- [7] Барышникова О.О., Леонов И.В., Кузенков В.В. *Использование системы MathCAD в курсовом проектировании и выполнении домашних заданий по теории механизмов и машин*. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 66 с.
- [8] Белоконев И.М. *Механика машин. Расчеты с применением ЭЦВМ*. Киев, Вища школа, 1978. 232 с.
- [9] Левитская О.Н., Левитский Н.И. *Курс теории механизмов и машин*. Москва, Высшая школа, 1985. 279 с.

## References

- [1] *Mashinostroenie. Entsiklopediia. Dvigateli vnutrennego sgoraniia* [Engineering. Encyclopedia. Internal combustion engines]. Vol. 4–14. Ed. Aleksandrov A.A., Ivashchenko N.A. Moscow, Mashinostroenie publ., 2013. 784 p.
- [2] Vidal P. *Help automatic memory*. Paris, Dunod publ., 1985. 196 p.
- [3] *Teoriia mekhanizmov i mashin. Kursovoe proektirovanie* [Theory of mechanisms and machines. Course design]. Ed. Timofeev G.A., Umnov N.V. Moscow, Bauman Press, 2010. 154 p.
- [4] Kaganov Iu.T., Pluzhnikov B.I., Chernysheva I.N. *Porshnevye mashiny* [Reciprocating engines]. Moscow, Bauman Press, 2002. 80 p.
- [5] Leonov I.V., Leonov D.I. *Teoriia mekhanizmov i mashin* [Theory of Mechanisms and Machines]. Moscow, Vyssee obrazovanie publ., 2009. 239 p.
- [6] Egorova O.V., Leonov D.I., Leonov I.V., Pavlov B.I. *Primenenie sistemy MathCAD v kursovom proektirovanii po TMM* [Application of Mathcad in the course design by TMM]. Moscow, Bauman Press, 2012. 49 p.
- [7] Baryshnikova O.O., Leonov I.V., Kuzenkov V.V. *Ispol'zovanie sistemy MathCAD v kursovom proektirovanii i vypolnenii domashnikh zadaniy po teorii mekhanizmov i mashin* [Use of Mathcad in course design and homework on the theory of mechanisms and machines]. Ed. Timofeev G.A. Moscow, Bauman Press, 2004. 66 p.

- [8] Belokonev I.M. *Mekhanika mashin. Raschety s primeneniem ETsVM* [Mechanics of Machines. Calculations using a digital computer]. Kiev, Vishcha shkola publ., 1978. 232 p.
- [9] Levitskaia O.N., Levitskii N.I. *Kurs teorii mekhanizmov i mashin* [Course in the theory of mechanisms and machines]. Moscow, Vysshaia shkola publ., 1985. 279 p.

Статья поступила в редакцию 01.12.2014

## Информация об авторе

ЛЕОНОВ Игорь Владимирович (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Теория механизмов и машин». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: olgadleonova@dk.ru).

## Information about the author

LEONOV Igor' Vladimirovich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Theory of Mechanisms and Machines» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: olgadleonova@dk.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана  
вышла в свет монография  
**И.Ф. Кобылкина, В.С. Селиванова**

### «Возбуждение и распространение взрывных превращений в зарядах взрывчатых веществ»

Изложены результаты исследований процессов возбуждения и распространения взрывных превращений в зарядах взрывчатых веществ и пороховых зарядах, возникающих при интенсивных локальных воздействиях металлических кумулятивных струй и высокоскоростных ударников, в том числе и формируемых взрывом. Основное внимание уделяется установлению механизмов, закономерностей и критериев возбуждения и распространения в зарядах взрывчатых веществ, заключенных в оболочки, и пороховых зарядах, составленных из артиллерийских порохов, необходимых режимов взрывного превращения, позволяющих, с одной стороны, обеспечить их надежное возбуждение и распространение при штатном функционировании, а с другой – предотвращение или снижение их интенсивности при незапланированных видах воздействия. Предложен и обоснован метод взрывного разминирования оболочечных взрывных устройств без возбуждения детонации в их снаряжении с помощью малогабаритных кумулятивных зарядов.

**По вопросам приобретения обращайтесь:**

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.  
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;  
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru