

УДК 629.03+539.3

Расчет напряженно-деформированного состояния резинокордной оболочки эласто-винтового движителя

Ф.Д. Сорокин, К.Ю. Машков, К.Е. Бяков, Чан Ки Ан

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Calculating the stress-strain state of the rubber-cord shell of an elasto-screw propeller

F.D. Sorokin, K.Yu. Mashkov, K.E. Byakov, Chan Ki An

Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

 e-mail: sorokin_fd@mail.ru

i Для развития приполярных областей РФ с суровым климатом и почти полным отсутствием коммуникаций актуальной задачей является создание внедорожных транспортных средств высокой проходимости. Исследовано напряженно-деформированное состояние воздухоопорного движителя машины высокой проходимости на основе роторно-винтовой ходовой части с гибкой оболочкой. Приведены результаты расчета исходного профиля резинокордной оболочки движителя и формы поперечного сечения оболочки в зависимости от контактного давления грунта. Выполненное исследование позволяет моделировать поведение оболочки движителя при контакте со снегом, переувлажненными и жидкими грунтами, что необходимо при конструировании и снижает зависимость от дорогостоящих натурных экспериментов.

Ключевые слова: транспортное средство высокой проходимости, роторно-винтовой движитель, гибкая оболочка, напряженно-деформированное состояние.

i The development of off-road all-terrain vehicles to be used in the Russian Polar region with a harsh climate and lack of roads is very important. The stress-strain state of an air-supported propeller installed on the all-terrain vehicle with a rotary-screw chassis using a flexible shell is studied. The initial profile of a rubber-cord shell and its cross-sectional shape are calculated depending on the contact pressure of the ground. This study makes it possible to simulate the behavior of the propeller shell contacting with snow, liquid and hydromorphic grounds, which can help to avoid expensive field experiments when designing all-terrain vehicles.

Keywords: all-terrain vehicle, rotary-screw propeller, lattice shell, stress-strain state.

Освоение месторождений Крайнего Севера требует разработки транспортных средств высокой проходимости, адаптированных к условиям этого региона [1–3]. Одним из перспективных вариантов движителя транспортного средства, предназначенного для передвижения по снегу, переувлажненным и жидким грунтам, является эласто-винтовой движитель, в котором волна винтовой формы формируется на эластичной оболочке (рис. 1) [4].

Конструкция ходового модуля может быть полностью эластичной или частично. Ходовой модуль с неподвижной полостью, выполненной наполовину из эластичного материала, представлен на рис. 2.

Ходовой модуль состоит из жесткого корпуса 1, обеспечивающего крепление к шасси транспортного средства, эластичной части 4, где формируется бегущая полуволна, генератора полуволны 2, механизма перекоса 3, форми-

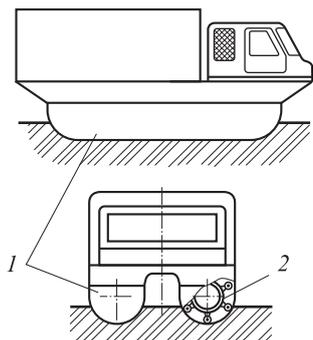


Рис. 1. Транспортное средство с эласто-винтовым двигателем:

1 — неподвижная полость; 2 — генератор полуволн

рующего угол наклона бегущей волны в необходимых пределах, и механизма установки высоты волны 5.

В герметичной неподвижной полости 1 создается избыточное давление (~0,005... 0,01 МПа), обеспечивающее достаточную несущую способность ходового модуля. Генератор волн 2 формирует бегущую волну необходимой высоты и угла уклона, а система управления оптимизирует эти параметры в зависимости от грунтовых условий и режимов движения.

За счет изменения высоты и угла наклона бегущих винтовых волн, формируемых за счет деформации неподвижной оболочки, двигатель должен обеспечить адаптацию к изменению механических свойств грунта [5–8].

Цель статьи — исследование напряженно-деформированного состояния резинокордной оболочки эласто-винтового двигателя, нагруженной внутренним давлением и давлением грунта.

Начальное напряженное состояние резинокордной оболочки. При исследовании начального напряженного состояния оболочка считается нагруженной только внутренним давлением, т. е. давление грунта и локальные нагрузки от генератора волн не учитываются. Оболочка при этом имеет сигарообразную форму (рис. 3).

Оболочку эласто-винтового двигателя целесообразно изготовить резинокордной с двумя направлениями корда $\pm\beta_0$, что обеспечит как геометрическую изменяемость, так и прочность оболочки. При отсутствии нагрузок большая часть оболочки имеет форму цилиндра. Очевидно, что для такого состояния оболочки должны выполняться такие же соотношения как для цилиндрических резинокордных напорных рукавов, поэтому угол наклона корда к меридиану необходимо принять равным $\beta_0 = 54,7^\circ$ (так называемый равновесный угол).

В средней части оболочки выполняются обычные для безмоментной цилиндрической оболочки соотношения

$$T_1 = pR/2; T_2 = pR, \tag{1}$$

где p — внутреннее давление; R — радиус ци-

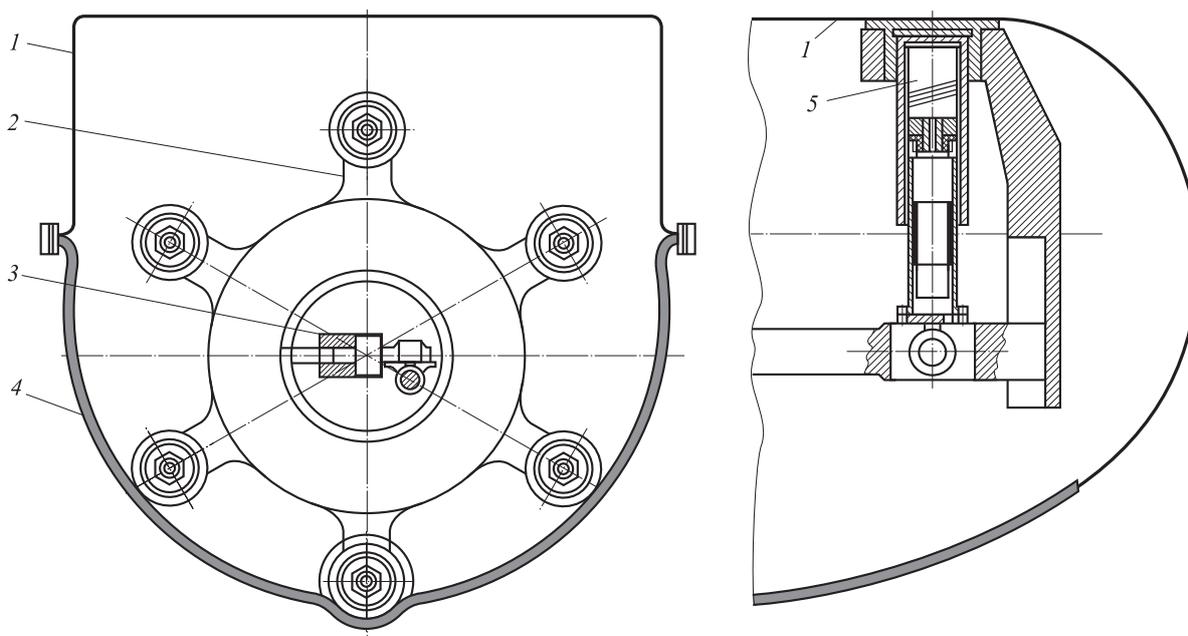


Рис. 2. Вариант конструкции ходового модуля:

1 — корпус; 2 — генератор полуволны; 3 — механизм перекося; 4 — эластичная часть; 5 — механизм установки высоты волны

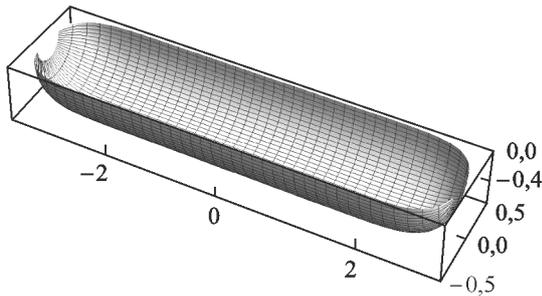


Рис. 3. Резинокордная оболочка в исходном состоянии (длина $l = 6,5$ м; радиус $R = 0,6$ м)

линдра; T_1 , T_2 — мембранные усилия в меридиональном и окружном направлениях. Так как в резинокордной оболочке должно выполняться соотношение [4]

$$T_2 = T_1 \operatorname{tg}^2 \beta, \quad (2)$$

то выбор угла $\beta_0 = \operatorname{arctg} \sqrt{2} = 54,7^\circ$ обеспечивает равновесие цилиндрической формы оболочки, т. е. соответствует соотношению $T_2/T_1 = 2$.

Краевые зоны рассчитывались по известным уравнениям осесимметричных деформаций безмоментных оболочек вращения [9]:

$$\begin{cases} \frac{d(T_1 r)}{ds_0} = AT_2 \cos \theta; \\ \frac{d\theta}{ds_0} = \frac{A}{T_1} \left(p - \frac{\sin \theta}{r} T_2 \right); \\ \frac{dr}{ds_0} = A \cos \theta; \\ \frac{dz}{ds_0} = A \sin \theta, \end{cases} \quad (3)$$

где s_0 — длина меридиана в исходном состоянии (при сборке на цилиндрической оправке); r — текущий радиус; z — осевая координата; θ — угол наклона нормали к оси; A — параметр Ламе. Из условия нерастяжимости нитей корда вытекают соотношения для расчета угла β и параметра Ламе [9]:

$$\begin{cases} \frac{r}{R} = \frac{\sin \beta}{\sin \beta_0}; \\ A = \frac{\cos \beta}{\cos \beta_0}. \end{cases} \quad (4)$$

Система дифференциальных уравнений (3) совместно с дополнительными соотношениями (2) и (4) представляет собой замкнутую систему уравнений, позволяющую полностью описать напряженно-деформированное состояние резинокордной оболочки [9].

Краевая задача для полученной системы решалась методом пристрелки с использованием процедуры интегрирования систем дифферен-

циальных уравнений NDSolve из пакета Mathematica [10]. В среднем сечении $s_0 = 0$ задавались следующие начальные условия:

$$\begin{cases} z(0) = 0; \\ r(0) = R - \Delta; \\ \theta(0) = \frac{\pi}{2}; \\ T_1(0) = \frac{p(R - \Delta)}{2}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь Δ — радиальное отклонение очень малой величины. Параметр Δ полностью определяет начальные условия в среднем сечении, что позволило проинтегрировать численно систему дифференциальных уравнений и найти все компоненты напряженно-деформированного состояния оболочки.

В связи с наличием нелинейных краевых эффектов решение удалось получить только при задании чрезвычайно высокой точности — 60 значащих цифр и более для всех чисел в задаче. Параметр Δ был найден подбором так, чтобы на краю оболочки выполнялось граничное условие, наложенное на радиус:

$$r(l/2) = b,$$

где $b = 250$ мм — радиус опорного диска, на котором закреплен край оболочки. В результате были рассчитаны функции $r(s_0)$ и $z(s_0)$, по которым был построен профиль меридиана оболочки (рис. 4).

Кривые мембранных усилия, представленные на рис. 5, показывают, что краевые зоны оболочки напряжены заметно меньше, чем цилиндрическая часть и поэтому краевые зоны не

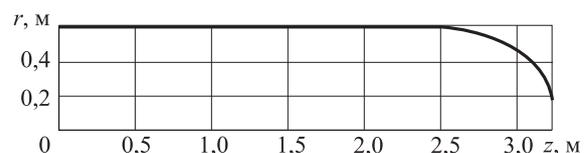


Рис. 4. Форма меридиана оболочки в исходном состоянии

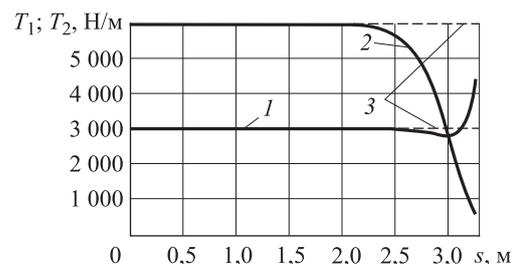


Рис. 5. Мембранные усилия: --- бесконечный цилиндр; 1 — T_1 ; 2 — T_2 ; 3 — «котельные» формулы ($T_1 = pR/2$; $T_2 = pR$)

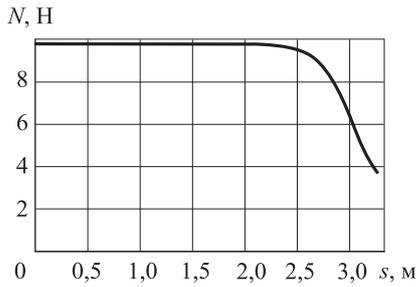


Рис. 6. Натяжение нитей корда для оболочки, содержащей 1 000 нитей (условно)

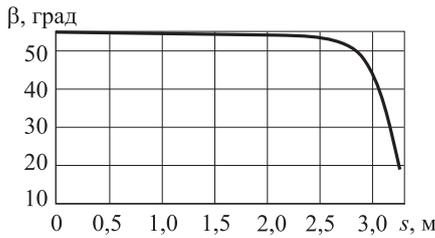


Рис. 7. Углы наклона нитей корда к меридиану

требуют дополнительных подкрепляющих элементов. Найденные мембранные усилия соответствуют давлению $p = 0,01$ МПа.

Прочность резинокордных оболочек обычно рассчитывается по максимальному натяжению нитей. Осевую равнодействующую сил в сечении оболочки можно определить, с одной стороны, через мембранное усилие T_1 , а с другой — через натяжение нитей N . Это позволяет найти выражение для натяжения нитей через мембранное усилие:

$$N = \frac{T_1 \pi r}{n \cos \beta} \tag{6}$$

Здесь n — количество нитей в оболочке (имеется в виду половина оболочки вращения, такая как на рис. 3, а не полная оболочка вращения).

Кривая натяжения нитей, рассчитанная по формуле (6) приведена на рис. 6. Вид этой кривой более наглядно показывает, что краевые зоны менее напряжены и не требуют дополнительных подкреплений.

Количество нитей корда определяется найденным натяжением и предельным усилием в одной нити. Для снижения натяжения нитей в нужное количество раз достаточно во столько же раз увеличить количество нитей.

При конструировании оболочки интерес представляют также углы наклона нитей (рис. 7).

Искажение формы поперечного сечения вследствие действия контактного давления со стороны грунта. При движении по грунту обо-

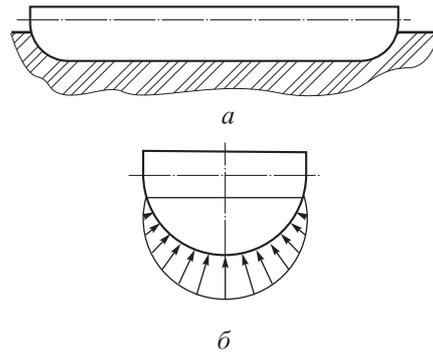


Рис. 8. Контакт оболочки движителя с грунтом (а) и эпюра давления грунта (б)

лочка эласто-винтового движителя кроме внутреннего давления нагружена также распределенной нагрузкой со стороны грунта (рис. 8).

Вследствие большой относительной длины практически вся оболочка за исключением краевых участков находится в плоском деформированном состоянии. Поэтому плоскую задачу целесообразно исследовать в первую очередь. Безмоментная оболочка в плоском состоянии ведет себя как нерастяжимая нить. Поэтому для расчета напряженно-деформированного состояния в средней части оболочки движителя можно использовать уравнения механики абсолютно гибких нитей (7) из работы [11]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{ds_2} = \cos \alpha; \\ \frac{dy}{ds_2} = \sin \alpha; \\ \frac{d\alpha}{ds_2} = \frac{p - q}{T_2}, \end{cases} \tag{7}$$

где x, y — декартовы координаты точки; s_2 — длина дуги в окружном направлении; q — давление грунта; α — угол наклона касательной к горизонтали. Все величины в (7) относятся к средней части оболочки, которая при учете контактного давления грунта представляет собой некруговой цилиндр.

Краевые условия для системы (7) имеют вид

$$x(0) = 0; \alpha(0) = 0; x(s_{2\max}) = R. \tag{8}$$

Здесь $s_{2\max} = \pi R/2$ — длина дуги четверти окружности.

Краевая задача для системы (7) с условиями (8) решалась методом пристрелки. Незвестным параметром является T_2 — натяжение оболочки в окружном направлении (постоянное по координате s_2). Итерации заканчиваются при достижении граничного условия

$$x(s_{2\max}) = R. \tag{9}$$

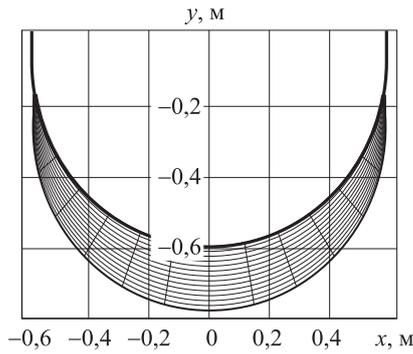
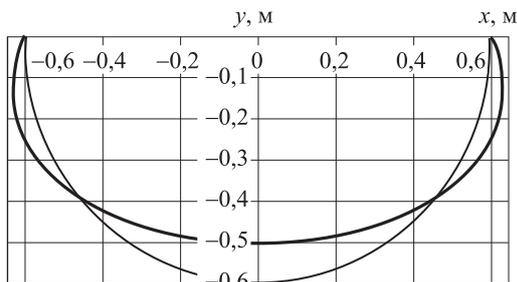
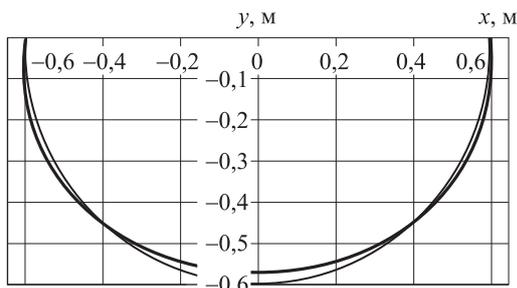


Рис. 9. Эпюра контактного давления при высоте грунта $h = 0,7R$



а



б

Рис. 10. Форма поперечного сечения оболочки, деформированной контактным давлением грунта для $p = 0,01$ МПа и $h = 0,7R$:
а — $q_{\max} = 0,008$ МПа; б — $q_{\max} = 0,004$ МПа

Распределение давления грунта аппроксимировано законом квадратной параболы (рис. 9).

Если принять внутреннее давление в оболочке равным $p = 0,01$ МПа, а максимальное контактное давление на грунт $q_{\max} = 0,008$ МПа, то равнодействующая нагрузки на оболочку со

стороны грунта составит 41 кН. При этом эффективная длина оболочки была принята равной 6 м, так как краевые участки оболочки менее нагружены грунтом. Для этих данных итерации сходятся при окружном усилии $T_2 = 0,435pR = 2\,610$ Н/м, граничное условие (9) при этом выполняется с точностью 0,3 %. Соответствующая форма оболочки показана на рис. 10, а.

Существенное искажение формы поперечного сечения оболочки обусловлено близкими значениями давлений p и q_{\max} . В случае $p = q_{\max}$ форма поперечного сечения искажается еще больше.

Если внутреннее давление в оболочке заметно превышает максимальное давление со стороны грунта, то существенного изменения формы не происходит (рис. 10, б).

Выводы

1. Разработана методика расчета напряженно-деформированного состояния резинокордной оболочки эласто-винтового движителя при основных видах нагрузки — внутреннего давления и контактного давления со стороны грунта.

2. Форма меридиана, мембранные усилия, натяжение и углы наклона нитей корда в исходном состоянии движителя найдены путем решения краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений теории сетчатых оболочек, разработанной В.Л. Бидерманом и Б.Л. Бухиным.

3. Задача об изменении формы сечения оболочки от воздействия распределенной нагрузки со стороны грунта сведена к задаче механики гибкой нити и решена методами, применяемыми при расчете гибких нитей. Приведены примеры расчета формы поперечного сечения и нагрузки со стороны грунта на оболочку.

4. Показано, что существенное искажение формы сечения оболочки наблюдается при контактном давлении со стороны грунта, близком к внутреннему давлению в полости оболочки.

Литература

- [1] В Петербурге изготовлен первый вездеход для Крайнего Севера проекта «Ямал». URL: <http://www.sdelanounas.ru/blogs/42830/> (дата обращения 29 октября 2014).
- [2] Пневматики — автомобили повышенной проходимости. URL: <http://www.pnevmoход.ru/node/17> (дата обращения 29 октября 2014).

- [3] Гулько О.Н. *Дорожно-климатическое районирование территории Крайнего Севера Европейской части России с наличием многолетнемерзлых грунтов*. Дисс. канд. техн. наук. Москва, 2005. 243 с.
- [4] Бяков К.Е., Чан Ки Ан, Сорокин Ф.Д., Машков К.Ю. Транспортное средство высокой проходимости с эласто-винтовым движителем. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2014, № 5, с. 37–42.
- [5] Согин А.В., Согин И.А., Шапкин В.А. *Математическая модель шнекового рыхлителя для разработки донных отложений*. URL: <http://www.sapropel.info/news/news-10.doc> (дата обращения 4 ноября 2014).
- [6] Согин И.А., Шапкин В.А. Плавность хода шнековых машин. *Сб. материалов 71-й Междунар. науч.-техн. конф. Безопасность транспортных средств в эксплуатации*. Н.Новгород, НГТУ, 2010, с. 226 – 229.
- [7] Макаров В.С., Зезюлин Д.В., Беляков В.В. Многоуровневая модель снега как полотна пути для транспортно-технологических машин на примере территории Российской Федерации. *Фундаментальные исследования*, 2013, № 10 (ч. 2), с. 270–276.
- [8] Беляков В.В., Куляшов А.П., ред. *Вездеходные транспортно-технологические машины. Основы теории движения*. Н.Новгород, изд-во ТАЛАМ, 2004. 960 с.
- [9] Бидерман В.Л. *Механика тонкостенных конструкций. Статика*. Москва, Машиностроение, 1977. 488 с.
- [10] Дьяконов В.П. *Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления*. Москва, ДМК–Пресс, 2008. 576 с.
- [11] Светлицкий В.А. *Механика абсолютно гибких стержней*. Москва, изд-во МАИ, 2001. 432 с.

References

- [1] *V Peterburge izgotovlen pervyi vezdekhod dlia Krainego Severa proekta «Jamal»* [In St. Petersburg, made the first all-terrain vehicle for the Far North project «Yamal»]. Available at: <http://www.sdelanounas.ru/blogs/42830/> (accessed 29 October 2014).
- [2] *Pnevmatiki – avtomobili povyshennoi prokhdimosti* [Pneumatics – road vehicles]. Available at: <http://www.pnevmohod.ru/node/17> (accessed 29 October 2014).
- [3] Gul'ko O.N. *Dorozhno-klimaticheskoe raionirovanie territorii Krainego Severa Evropeiskoi chasti Rossii s nalichiem mnogoletnemerzlykh gruntov*. Diss. kand. tekhn. nauk [Road-climatic zoning of the Far North of the European part of Russia to the presence of permafrost. Cand. tech. sci. diss.]. Moscow, 2005. 243 p.
- [4] Biakov K.E., Chan Ki An, Sorokin F.D., Mashkov K.Iu. Transportnoe sredstvo vysokoi prokhdimosti s elasto-vintovym dvizhitelem [All-terrain vehicles with elastic screw propellers]. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Mashinostroenie* [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]. 2014, no. 5, pp. 37–42.
- [5] Sogin A.V., Sogin I.A., Shapkin V.A. *Matematicheskaja model' shnekovogo rykhlitelja dlia razrabotki donnykh otlozhenij* [A mathematical model of a screw ripper to develop sediment]. Available at: <http://www.sapropel.info/news/news-10.doc> (accessed 4 November 2014).
- [6] Sogin I.A., Shapkin V.A. Plavnost' khoda shnekovykh mashin [Recommended design parameters of machines with a screw propeller]. *Sbornik materialov 71-i mezhdunarodnoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii «Bezopasnost' transportnykh sredstv v ekspluatatsii»* [Collection of materials 71th International Scientific and Technical Conference «Safety of vehicles in operation»]. N.Novgorod, NSTU publ., 2010, pp. 226–229.
- [7] Makarov V.S., Zeziulin D.V., Belyakov V.V. Mnogourovnevaia model' snega kak polotna puti dlia transportno-tekhnologicheskikh mashin na primere territorii Rossiiskoi Federatsii [Multilevel models of snow as the roads for transport and technological vehicles on the example of the Russian Federation]. *Fundamental'nye issledovaniia* [Fundamental research]. 2013, no. 10 (pt. 2), pp. 270–276.
- [8] *Vezdekhodnye transportno-tekhnologicheskie mashiny. Osnovy teorii dvizheniia* [All-terrain transport and technological machines. Fundamentals of the theory of motion]. Ed. Belyakov V.V., Kuliashova A.P. N.Novgorod, TALAM publ., 2004. 960 p.

- [9] Biderman V.L. *Mekhanika tonkostennykh konstruksii. Statika* [Mechanics of thin-walled structures. Statics]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1977. 488 p.
- [10] D'iakonov V.P. *Mathematica 5.1/5.2/6. Programmirovaniye i matematicheskie vychisleniia* [Mathematica 5.1 / 5.2 / 6. Programming and mathematical calculations]. Moscow, DMK—Press, 2008. 576 p.
- [11] Svetlitskii V.A. *Mekhanika absoliutno gibkikh sterzhnei* [Mechanics completely flexible rods]. Moscow, MAI publ., 2001. 432 p.

Статья поступила в редакцию 08.12.2014

Информация об авторах

СОРОКИН Федор Дмитриевич (Москва) — профессор кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: sorokin_fd@mail.ru).

МАШКОВ Константин Юрьевич (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

БЯКОВ Константин Евгеньевич (Москва) — аспирант кафедры «Многоцелевые гусеничные машины и мобильные роботы». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

ЧАН Ки Ан (Москва) — аспирант кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1).

Information about the authors

SOROKIN Fedor Dmitrievich (Moscow) — Professor of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: sorokin_fd@mail.ru).

MASHKOV Konstantin Yur'evich (Moscow) — Cand. Sc. (Eng.), Associate Professor of «Multi-Purpose Caterpillar Vehicles and Mobile Robots» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

BYAKOV Konstantin Evgen'evich (Moscow) — Post-Graduate of «Multi-Purpose Tracked Vehicles and Mobile Robots» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).

CHAN Ki An (Moscow) — Post-Graduate of «Applied Mechanics» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation).