

УДК 629.7.031.7

Анализ влияния зависимости коэффициента отражения материала лопасти роторного солнечного паруса от механических напряжений на его деформированную форму

В.Н. Зимин, Н.А. Неровный

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

Analysis of the deformed shape of a heliogyro solar sail blade taking into account stress-dependent reflectivity of the material

V.N. Zimin, N.A. Nerovnyy

Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

 e-mail: zimin@bmstu.ru, nick.nerovny@bmstu.ru

i Выявление характера изменения оптических характеристик тонкопленочных материалов от механических напряжений играет важную роль при анализе эффективности солнечных парусов. До недавнего времени такой анализ не проводился. Представлен вывод уравнения равновесия лопасти роторного солнечного паруса в случае линейной зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений. Выполнено сравнение неидеальной деформированной формы с идеальной, рассчитанной без учета данной зависимости. Приведенные зависимости будут полезны при разработке точной модели деформированного и теплового состояния роторного солнечного паруса.

Ключевые слова: механические напряжения, роторный солнечный парус, уравнение равновесия, коэффициент отражения.

i The influence of mechanical stresses on the optical characteristics of thin-film materials plays an important part in the performance analysis of solar sails. Until recently, this analysis has not been performed. The equilibrium equation of a heliogyro solar sail blade is deduced for the case of a linear dependence of the reflectivity on tensile stresses. The deformed shape of a solar sail blade is calculated taking into account stress-dependent reflectivity. It is compared with an ideal surface obtained without taking into account this dependence. The proposed approach is suggested to be used when developing an accurate model of the deformed and thermal state of a heliogyro solar sail

Keywords: solar sail, heliogyro solar sail, equilibrium equation, reflectivity.

Солнечные паруса — одно из активно развивающихся направлений в космонавтике. За все время разработки солнечных парусов проведено несколько успешных космических экспериментов, в том числе отечественный «Знамя-2» [1]. Одним из типов солнечных парусов, разра-

батываемых в настоящее время, является роторный солнечный парус, или гелиоротор (рис. 1) [2]. Российские ученые уже рассматривали некоторые вопросы, связанные с роторными солнечными парусами. Например, в статье [3] определена эффективная тяга многоло-

пастного роторного паруса с плоскими лопастями, а в работе [4] проанализирована динамика раскрытия лопасти паруса в рамках нитяной модели. Следует отметить, что концепция гелиоротора была разработана в СССР Ф. Цандером еще в 1920-е годы [5], после чего она была популяризована МакНилом в 1960-е годы в США [6].

Установлено, что отличие характеристик солнечных парусов от идеальных добавляет существенные ограничения на их баллистические характеристики [7]. В работе [1] указано, что одним из факторов, влияющим на эффективность целевого применения солнечного паруса, может являться зависимость оптических характеристик материала солнечного паруса от механических напряжений в нем. Тем не менее этот вопрос до недавнего времени не рассматривался (см., например, [8]). Ранее авторами предлагаемой статьи была представлена обобщенная методика определения деформированной формы поверхности солнечного паруса с учетом различных несовершенств [9].

Цель работы — исследование напряженно-деформированного состояния лопасти роторного солнечного паруса с учетом зависимости оптических характеристик от напряжений в материале паруса.

Вывод уравнения равновесия лопасти. Рассмотрим лопасть роторного солнечного паруса (гелиоротора) в рамках нитяной модели. Ширина лопасти b и ее толщина h значительно меньше длины L . Лопасть закреплена одним концом на оси вращения, второй конец свободный. Плотность материала лопасти равна m . Лопасть нагружена центробежными силами и световым давлением. Расчетная схема для определения деформированной ленты лопасти солнечного паруса представлена на рис. 2 [10].

Для строгости рассуждений выведем выра-

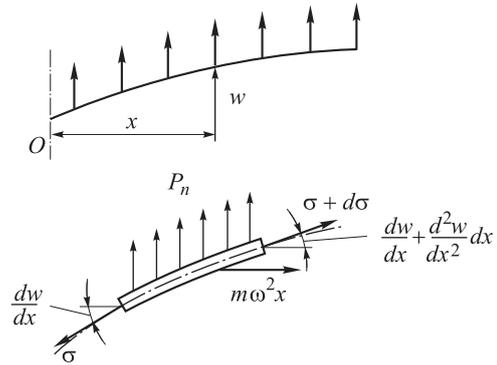


Рис. 2. Расчетная схема для определения поперечных перемещений ленты лопасти солнечного паруса

жения для прогиба лопасти солнечного паруса. Запишем уравнения равновесия бесконечно малого элемента лопасти в проекциях на оси координат. Принимая углы поворота торцевых сечений малыми, в проекции на ось x получим

$$-\sigma(x)bh + bhm\omega^2 x dx + \left(\sigma(x) + \frac{d\sigma(x)}{dx} dx \right) bh = 0; \quad (1)$$

в проекции на ось y имеем

$$-\sigma(x)bh \frac{dw(x)}{dx} + p_n(x)bdx + \left(\sigma(x) + \frac{d\sigma(x)}{dx} dx \right) \times \left(\frac{dw(x)}{dx} + \frac{d^2w(x)}{dx^2} dx \right) bh = 0, \quad (2)$$

где $\sigma(x)$ — растягивающие напряжения; ω — угловая скорость вращения; p_n — световое давление.

Преобразовав (1), найдем выражение для внутренних растягивающих напряжений в ленте лопасти,

$$\sigma(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 (L^2 - x^2). \quad (3)$$

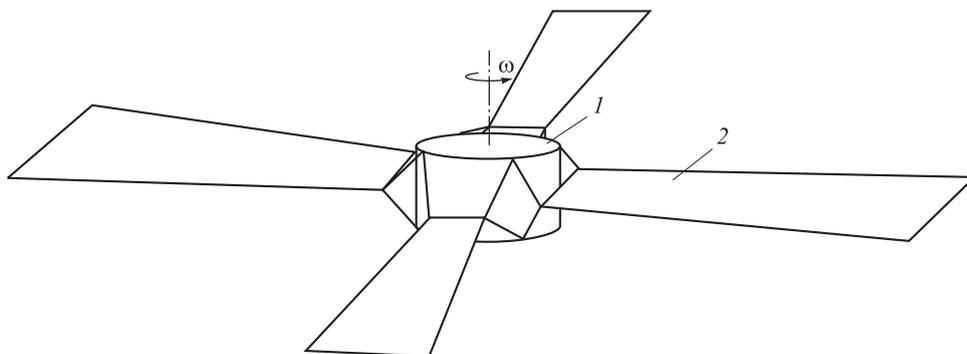


Рис. 1. Схема роторного солнечного паруса (не в масштабе):
1 — центральное тело; 2 — лопасть солнечного паруса (Стрелкой показано направление вращения)

При выводе соотношения (3) было использовано граничное условие на конце лопасти

$$\sigma(L) = 0.$$

Уравнение (2) запишем в следующем виде:

$$p_n(x) b dx + \frac{d\sigma(x)}{dx} \frac{dw(x)}{dx} b h dx + \sigma(x) \frac{d^2 w(x)}{dx^2} b h dx + \frac{d\sigma(x)}{dx} \frac{d^2 w(x)}{dx^2} b h dx^2 = 0. \quad (4)$$

Необходимо установить вид зависимости $p_n(x)$. В предыдущей работе [9] авторами было представлено соотношение для определения полной силы светового давления на бесконечно малый элемент солнечного паруса произвольной формы. В данном случае примем, что степень черноты освещенной и теневой сторон лопасти одинакова, пропускание света отсутствует, а отражение является полностью зеркальным. Используя принятое допущение о малости угла наклона торцевых сечений бесконечно малого элемента, будем считать, что свет падает на площадку по нормали к ее поверхности. В общем случае это не так, вопрос определения деформированной формы солнечного паруса с учетом реальных характеристик материала требует дальнейшего изучения. В наших же допущениях имеем

$$p_n(x) = \frac{[2 - \rho(\sigma(x))] q_0}{c}, \quad (5)$$

где ρ — коэффициент отражения; q_0 — солнечная постоянная; c — скорость света в вакууме.

Подставляя (5) в (4) и пренебрегая величинами второго порядка малости, получим уравнение равновесия лопасти:

$$\frac{[2 - \rho(\sigma(x))] q_0}{c} + \frac{d}{dx} \left[\sigma(x) \frac{dw(x)}{dx} \right] = 0. \quad (6)$$

Постоянный коэффициент отражения. Рассмотрим случай, когда коэффициент отражения ρ не зависит от механических напряжений. При этом уравнение (6) можно представить в следующем виде:

$$\frac{(2 - \rho) q_0}{hc} = - \frac{d}{dx} \left[\sigma(x) \frac{dw(x)}{dx} \right].$$

Интегрируя данное уравнение и используя граничные условия на свободном конце

$$\sigma(L) \frac{dw(L)}{dx} = 0, \quad (7)$$

получим

$$\frac{dw(x)}{dx} = \frac{2(2 - \rho) q_0}{hc m \omega^2 (L + x)}.$$

Интегрируя данное уравнение еще раз с учетом граничного условия на закрепленном конце

$$w(0) = 0, \quad (8)$$

находим выражение для прогиба лопасти роторного солнечного паруса в постановке отсутствия зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений:

$$w(x) = \frac{2(2 - \rho) q_0}{hc m \omega^2} \ln \frac{L + x}{L}. \quad (9)$$

Линейная зависимость коэффициента отражения от растягивающих напряжений. Рассмотрим случай, когда коэффициент отражения линейно зависит от растягивающих напряжений, т. е.

$$\rho(\sigma) = \rho_0 + k\sigma, \quad (10)$$

где ρ_0 — коэффициент пропускания при нулевом растягивающем напряжении, которое использовалось при выводе соотношения (9); $k < 0$ — некоторый коэффициент, определяемый экспериментально или исходя из какой-либо теории. Тогда выражение (6) запишем в следующем виде:

$$\frac{[2 - (\rho_0 + k\sigma(x))] q_0}{hc} = - \frac{d}{dx} \left[\sigma(x) \frac{dw_1(x)}{dx} \right]. \quad (11)$$

Подставляя в левую часть (11) выражение (3) и используя граничное условие (7), получаем

$$\sigma(x) \frac{dw_1(x)}{dx} = - \frac{q_0}{hc} (x - L) \left(2 - \rho_0 - \frac{1}{2} k m \omega^2 L^2 + \frac{1}{6} k m \omega^2 x^2 \right).$$

Снова подставляя (3) в левую часть последнего выражения, интегрируем еще раз полученное выражение, используя граничное условие (8):

$$w_1(x) = \frac{q_0}{hc m \omega^2} \left[2 \left(2 - \rho_0 - \frac{1}{3} k m \omega^2 L^2 \right) \ln \frac{L + x}{L} + \frac{1}{6} k m \omega^2 x (x - 2L) \right]. \quad (12)$$

Анализ результатов. Найдем разницу между перемещениями, рассчитанными в предположении наличия зависимости коэффициента

отражения от растягивающих напряжений и без этой зависимости. Сначала найдем абсолютную разницу

$$\Delta w(x) = w_1(x) - w(x) = \frac{q_0}{hcm\omega^2} \left[-\frac{2}{3} km\omega^2 L^2 \ln \frac{L+x}{L} + \frac{1}{6} km\omega^2 x(x-2L) \right].$$

Наибольшее отличие величины перемещения будет наблюдаться на незакрепленном конце лопасти солнечного паруса. Действительно,

$$\frac{d\Delta w(x_{\max})}{dx} = \frac{q_0}{hcm\omega^2} \left[-\frac{2}{3} km\omega^2 L^2 \frac{1}{L+x_{\max}} + \frac{1}{3} km\omega^2 (x_{\max} - L) \right] = 0,$$

$$x_{\max} = L\sqrt{3}.$$

Поскольку $L\sqrt{3} > L$, принимаем $x_{\max} = L$. В таком случае выражение для максимального значения разницы перемещений примет вид

$$\Delta w_{\max} = -\frac{q_0 k L^2}{6hc} (4 \ln 2 + 1). \quad (13)$$

Как следует из формулы (13), максимальное значение разницы перемещений зависит только от размеров лопасти и характера зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений.

Запишем выражение для разницы перемещений в отношении к перемещению, рассчитанному без учета влияния рассматриваемого в статье фактора:

$$\frac{\Delta w_{\max}}{w(L)} = -\frac{4 \ln 2 + 1}{12 \ln 2} \frac{k L^2 m \omega^2}{2 - \rho_0}. \quad (14)$$

Примем следующие исходные данные (для металлизированной пленки из полиимидного материала [11]): $L = 1000$ м; $\omega = 0,403$ рад/с; $\rho_0 = 0,95$; $m = 1420$ кг/м³.

Считаем, что она является линейно-упругой при небольших деформациях. Зададим нижнюю границу диапазона для $k = -2 \cdot 10^{-10}$ 1/Па, что соответствует уменьшению коэффициента отражения от 0,95 до 0,94 при относительной деформации 2%. Значение угловой скорости было выбрано таким, чтобы в точке закрепления лопасти величина растягивающих напряжений составляла бы 0,5 от предельной прочности при разрыве, равной для полиимидной пленки приблизительно 231 МПа.

Зависимость (14) в рассматриваемом диапазоне k представлена на рис. 3.

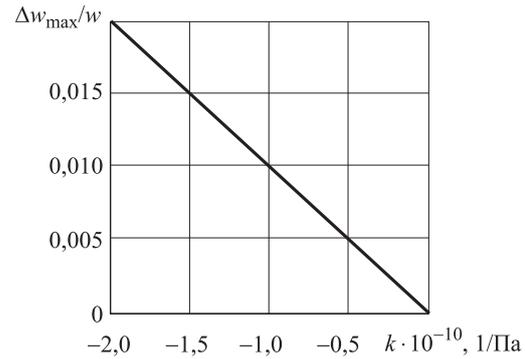


Рис. 3. Результаты расчета значения максимального относительного прогиба в зависимости от коэффициента пропорциональности

Из соотношения (14) следует, что в случае линейной зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений максимальный прогиб также линейно изменяется в зависимости от коэффициента k . На рис. 3 видно, что деформированная форма лопасти роторного солнечного паруса может значительно отличаться от идеальной: при минимальном значении коэффициента k в рассматриваемом диапазоне прогиб концевой точки увеличился приблизительно на 2%. Вследствие этого значение силы тяги неидеального солнечного паруса должно закономерно уменьшиться, что повлияет на его баллистические параметры.

Для более точного анализа характер зависимости коэффициента отражения от растягивающих напряжений следует определить экспериментально. Зависимости, полученные экспериментально, можно использовать при определении деформированной формы поверхности солнечных парусов различных конструкций, их теплового состояния, а также при определении эффективной тяги и момента от светового давления на парус.

Выводы

1. Получено уравнение для прогиба лопасти роторного солнечного паруса под действием светового давления без учета зависимости оптических характеристик от растягивающих напряжений и с учетом этой зависимости.

2. Выполненное сравнение максимального прогиба лопасти солнечного паруса для указанных двух случаев показало важность необходимости учета рассматриваемого в статье феномена для расчета деформированной формы роторного солнечного паруса.

Литература

- [1] Райкунов Г.Г., Комков В.А., Мельников В.М., Харлов Б.Н. *Центробежные бескаркасные крупногабаритные космические конструкции*. Москва, АНО Физматлит, 2009. 448 с.
- [2] Wilkie W.K., Warren J.E., Horta L.G., Juang Jer-Nan, Gibbs S.C., Dowell E., Guerrant D., Lawrence D. Recent Progress in Heliogyro Solar Sail Structural Dynamics. *European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Environmental Testing; 1–4 Apr. 2014*, Brunswick, Germany, 2014, NF1676L-17902.
- [3] Sazonov V.V., Sazonov V.V. Calculation of resultant vector and principal moment of light pressure forces acting upon the spacecraft with a solar sail. *Cosmic Research*, 2011, vol. 49, no. 1, pp. 56–64.
- [4] Тененбаум С.М. Математическая модель сматывания нити с катушки. *Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана*, 2014, № 5, с. 102–120. URL: <http://technomag.bmstu.ru/doc/704634.html> (дата обращения 24 ноября 2014).
- [5] Цандер Ф.А. *Проблема полета при помощи ракетных аппаратов*. Москва, Рипол Классик, 2013. 246 с.
- [6] MacNeal R.H. *The Heliogyro: An Interplanetary Flying Machine*. Santa Barbara, California, Astro Research Corp., 1967. 65 p.
- [7] Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters. *Advances in Solar Sailing*. Berlin Heidelberg, Springer, 2014, pp. 921–940.
- [8] Edwards D.L., Semmel C., Hovater M., Nehls M., Gray P., Hubbs W., Wertz G. Status of solar sail material characterization at NASA's Marshall Space Flight Center. *Protection of materials and structures from the space environment*, 2006, pp. 233–246.
- [9] Неровный Н.А., Зимин В.Н. Об определении силы светового давления на солнечный парус с учетом зависимости оптических характеристик материала паруса от механических напряжений. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение*, 2014, № 3(96), с. 61–78.
- [10] Blomquist R.S. *Heliogyro control*. Pittsburgh, Carnegie Mellon University, 2009. 141 p.
- [11] González G.J. *Design of a compact, lightweight, and low-cost solar concentrator*. Thesis (S.B.), Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 2004. 51 p.

References

- [1] Raikunov G.G., Komkov V.A., Mel'nikov V.M., Kharlov B.N. *Tsentrobezhnye beskarkasnye krupnogabaritnye kosmicheskie konstruksii* [Centrifugal frameless large space structures]. Moscow, Fizmatlit publ., 2009. 448 p.
- [2] Wilkie W.K., Warren J.E., Horta L.G., Juang Jer-Nan, Gibbs S.C., Dowell E., Guerrant D., Lawrence D. Recent Progress in Heliogyro Solar Sail Structural Dynamics. *European Conference on Spacecraft Structures, Materials and Environmental Testing; 1–4 Apr. 2014*, Brunswick, Germany, 2014, NF1676L-17902.
- [3] Sazonov V.V., Sazonov V.V. Calculation of resultant vector and principal moment of light pressure forces acting upon the spacecraft with a solar sail. *Cosmic Research*, 2011, vol. 49, no. 1, pp. 56–64.
- [4] Tenenbaum S.M. Matematicheskaja model' smatyvaniia niti s katushki [The mathematical model of thread unrolling from a bobbin]. *Nauka i obrazovanie. MGTU im. N.E. Bauman* [Science and Education. Bauman MSTU]. 2014, no. 5, pp. 102–120. Available at: <http://technomag.bmstu.ru/doc/704634.html> (accessed 24 November 2014).
- [5] Tsander F.A. *Problema poleta pri pomoshchi raketnykh apparatov* [Problem of flight with the help of rocket vehicles]. Moscow, Ripl Klassik publ., 2013. 246 p.
- [6] MacNeal R.H. *The Heliogyro: An Interplanetary Flying Machine*. Santa Barbara, California, Astro Research Corp., 1967. 65 p.
- [7] Spencer H., Carroll K.A. Real Solar Sails are Not Ideal, and Yes It Matters. *Advances in Solar Sailing*, Berlin Heidelberg, Springer, 2014, pp. 921–940.
- [8] Edwards D.L., Semmel C., Hovater M., Nehls M., Gray P., Hubbs W., Wertz G. Status of solar sail material characterization at NASA's Marshall Space Flight Center. *Protection of materials and structures from the space environment*, 2006, pp. 233–246.

- [9] Nerovnyi N.A., Zimin V.N. Ob opredelenii sily svetovogo davleniia na solnechnyi parus s uchetom zavisimosti opticheskikh kharakteristik materiala parusa ot mekhanicheskikh napriazhenii [Determination of the Radiation Pressure Force Acting on a Solar Sail Taking into Account Stress-Dependent Optical Parameters of Sail Material]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie* [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Mechanical Engineering]. 2014, no. 3(96), pp. 61–78.
- [10] Blomquist R.S. *Heliogyro control*. Pittsburgh, Carnegie Mellon University, 2009. 141 p.
- [11] González G.J. *Design of a compact, lightweight, and low-cost solar concentrator*. Thesis (S.B.), Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 2004. 51 p.

Статья поступила в редакцию 08.12.2014

Информация об авторах

ЗИМИН Владимир Николаевич (Москва) — доктор технических наук, профессор кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители», первый проректор – проректор по научной работе МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: zimin@bmstu.ru).

НЕРОВНЫЙ Николай Алексеевич (Москва) — аспирант кафедры «Космические аппараты и ракеты-носители». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: nick.nerovny@bmstu.ru).

Information about the authors

ZIMIN Vladimir Nikolaevich (Moscow) — Dr. Sc. (Eng.), Professor of «Spacecrafts and Launch Vehicles» Department, First Vice-Rector for Research. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: zimin@bmstu.ru).

NEROVNYY Nikolay Alekseevich (Moscow) — Post-Graduate of «Spacecrafts and Launch Vehicles» Department. Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: nick.nerovny@bmstu.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана
вышло в свет 2-е издание учебника
В.В. Селиванова, И.Ф. Кобылкина, С.А. Новикова

«Взрывные технологии»

Описаны практически все известные взрывные технологии, имеющие промышленное значение: упрочнение, сварка, штамповка, прессование с помощью энергии взрыва и динамической синтез сверхтвёрдых материалов, а также рассмотрены технологии разделения на фрагменты стальных конструкций с помощью, как удлиненных кумулятивных зарядов, так и ударных волн. Изложены основные представления об экологически безопасных взрывных методах разборки и уничтожения боеприпасов. Рассмотрены способы защиты от действия взрыва, а также приведены простые инженерные методики расчета конструктивных характеристик взрывных устройств, реализующих соответствующие взрывные технологии, и расчета взрывных камер на прочность. В последней части учебника рассказывается о применении мирных ядерных взрывов с целью решения научных и промышленных задач.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru