

Расчет и конструирование машин

УДК 534.1

Частотная асимптотика стального бруска

С.В. Аринчев

Определены несколько тысяч первых собственных частот колебаний стального бруска. Использован конечно-элементный пакет MSC.Nastran. Показано, что вычислительная процедура сходится. С увеличением номера тона колебаний наблюдается эффект сгущения частот, т.е. имеет место частотная асимптотика. Характер частотной асимптотики не зависит от способа закрепления бруска.

Ключевые слова: стальной брусок, собственная частота колебаний, свободный брусок, защемленный брусок, частотная асимптотика.

Several thousands of the steel bar eigenfrequencies are determined. MSC.Nastran software is used. Numerical convergence is obtained. Increase in the mode number results in the eigenfrequency crowding effect, i.e. frequency asymptotic form. The frequency asymptotic form does not depend on whether the bar is free or clamped.

Keywords: steel bar, eigenfrequency, free bar, clamped bar, frequency asymptotic form.

Из опыта проектирования машин известно, что использование в конструкции нескольких одинаковых элементов приводит к появлению эффекта локального сгущения частот собственных колебаний. Очевидно, что любое однородное тело состоит из как угодно большого количества одинаковых частей. Поэтому и в однородном теле следует ожидать эффекта сгущения частот собственных колебаний с увеличением номера тона. Сгущение частот собственных колебаний называется частотной асимптотикой.

В статье рассмотрены колебания прямоугольного стального бруска с размерами $0,1 \times 0,1 \times 0,3$ м. Параметры стали: модуль упругости $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, плотность $\rho = 7800$ кг/м³. Данный бру-



АРИНЧЕВ
Сергей Васильевич
доктор технических наук,
профессор кафедры
«Аэрокосмические
системы»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

сок удовлетворяет стандартным требованиям, предъявляемым к рабочей части опытного образца при испытаниях на растяжение и сжатие [1, 2]. Расчеты выполнены методом конечного элемента с помощью программного пакета MSC.Nastran, версия MD.Nastran 2008r1 [3].

На рис. 1 показано разбиение бруска на объемные конечные элементы типа hex8 (параллелепипеды). По высоте и ширине (по осям OY , OZ) количество элементов равно 10. По длине (по оси OX) оно варьируется: 10, 20, 30 и 40. Для данного способа разбиения общее количество элементов соответственно равно 1000, 2000, 3000 и 4000.

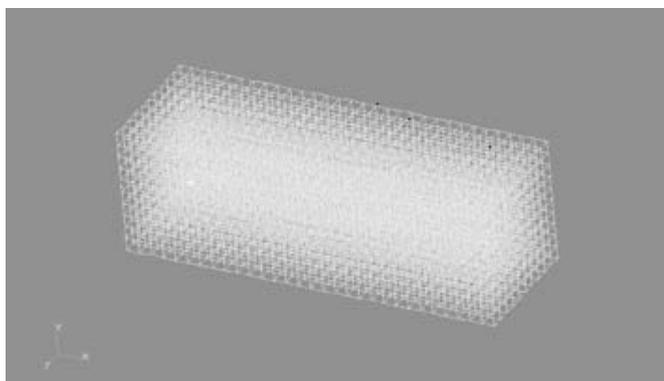


Рис. 1. Разбиение бруска на объемные конечные элементы типа hex8

На рис. 2 приведена форма 10-го тона собственных колебаний свободного бруска. Видно, что при колебаниях по данной форме с частотой 0,0836 МГц имеют место растяжение и сжатие. Сетка показывает начальную недеформированную форму бруска. В процессе колебаний средняя часть бруска становится тоньше, его торцы слегка выпучиваются. Число элементов разбиения равно 3000.

На рис. 3 изображена форма 50-го тона. Видно, что брусок разбился на части примерно одинакового объема, значительно превышающего размеры отдельного конечного элемента. Эти отдельные объемы могут двигаться по-разному. Количество различных комбинаций их движений очень большое.

На рис. 4 представлена форма 2500-го тона собственных колебаний свободного бруска. Видно, что брусок опять разбился на соразмерные части меньшего объема, превышающего характерный размер отдельного конечного элемента. Однако количество комбинаций движений данных частей здесь много больше.

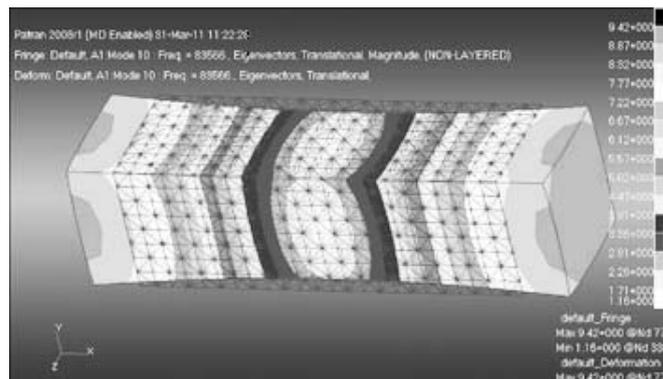


Рис. 2. Форма 10-го тона собственных колебаний свободного бруска

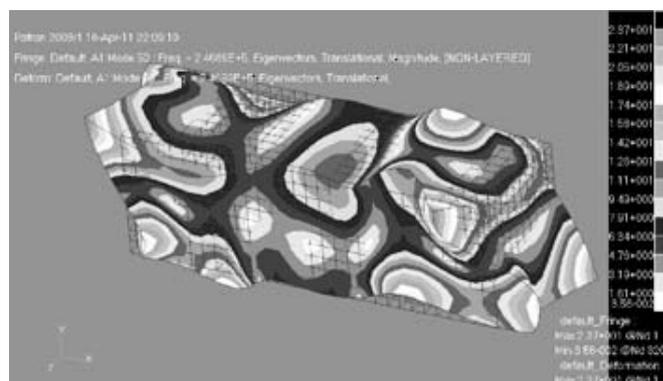


Рис. 3. Форма 50-го тона собственных колебаний свободного бруска

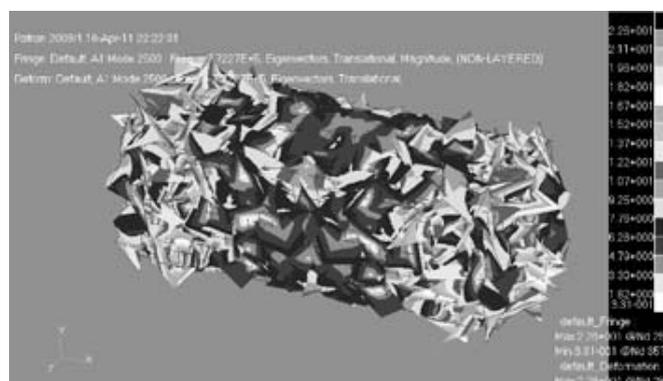


Рис. 4. Форма 2500-го тона собственных колебаний свободного бруска

На рис. 5 представлена зависимость собственной частоты колебаний свободного бруска от числа элементов разбиения. По оси абсцисс отложен номер тона колебаний, деленный на 50. Отсчет начинается с тона № 10: 10, 50, 100, 150 и т. д. По оси ординат отложена частота колебаний (МГц). Количество элементов разбиения (снизу-вверх) соответственно равно 1000, 2000, 3000 и 4000. Кроме того, на графике (две короткие кривые наверху слева) приведены

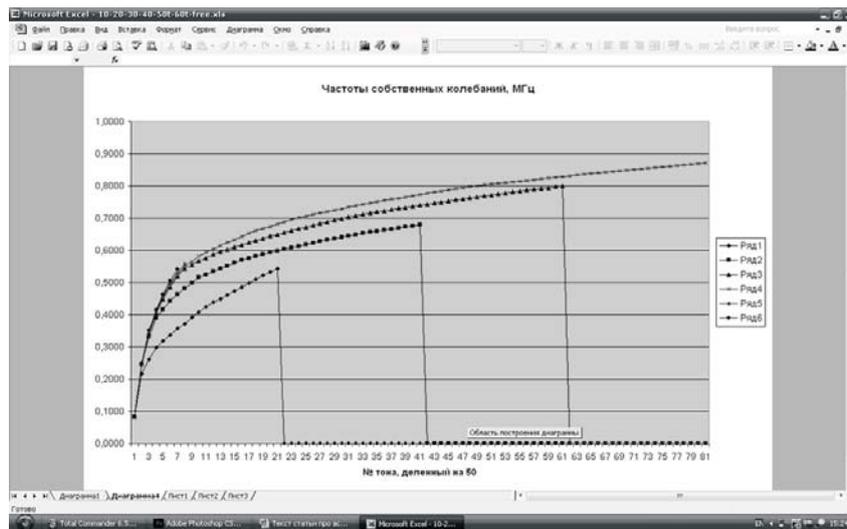


Рис. 5. Зависимость собственной частоты колебаний свободного бруса от числа конечных элементов разбиения

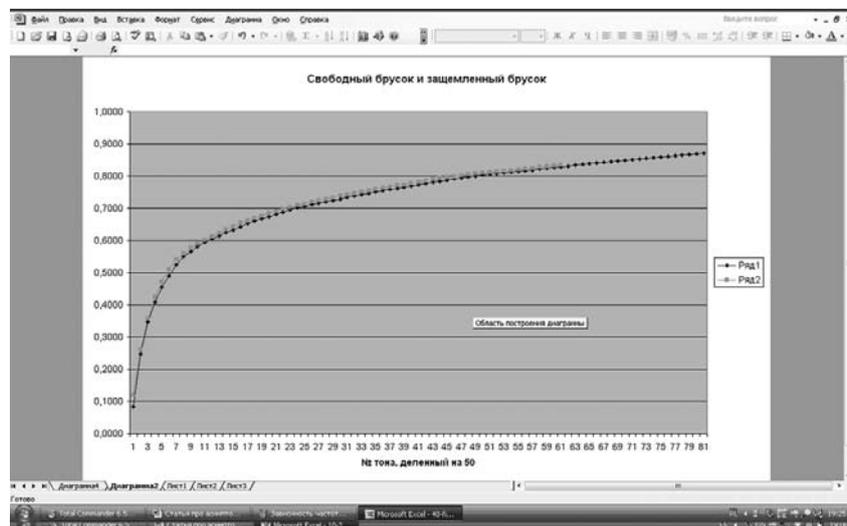


Рис. 6. Сравнение асимптотик свободного и защемленного брусков

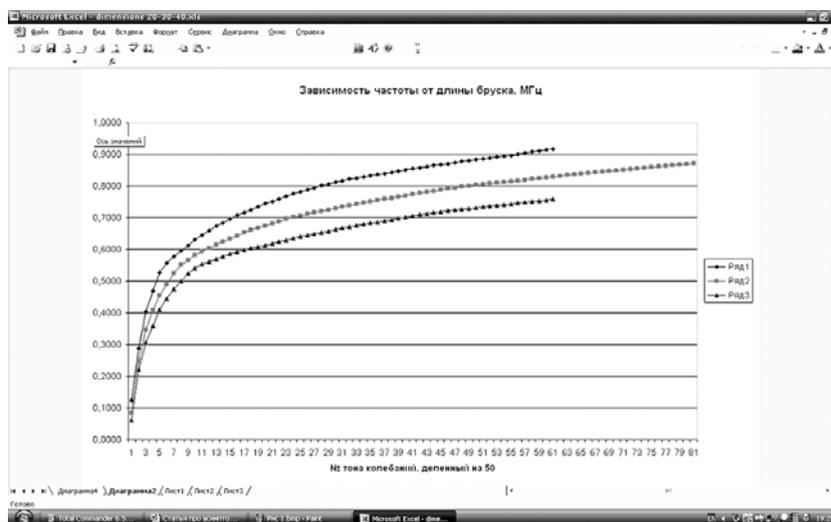


Рис. 7. Зависимость частотной асимптотики бруса от его длины

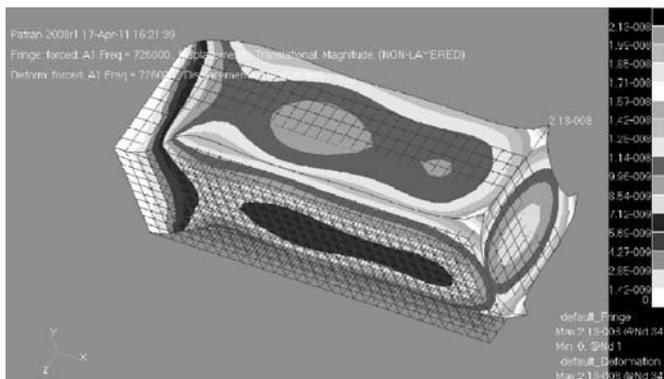


Рис. 8. Форма вынужденных колебаний бруска на частоте 0,726 МГц

также расчеты первых 250 тонов колебаний с использованием элементов типа tet10 (тетраэдры). Число элементов в этом случае составляло примерно 5000 и 6000 соответственно. (Всего на графике приведено 6 кривых). Видно, что с увеличением номера тона имеет место сгущение частот. Графики имеют асимптотический характер. Отличие соседних собственных значений проявляется только в 5-й значащей цифре. Судя по графику, предельное асимптотическое значение имеет порядок 1 МГц.

Очевидно, что разбиение всего бруска на части примерно равного объема не зависит от способа его закрепления. Результаты, приведенные на рис. 6 показывают, что частотные асимптотики свободного и защемленного брусков совпадают. Чем выше номер тона колебаний, тем меньше отличие соответствующих частот. Результаты получены для числа элементов разбиения, равного 4000. Элементы имеют тип hex8.

Оказалось, что частотная асимптотика существенно зависит от длины бруска (рис. 7). Кривые (сверху-вниз) соответствуют длинам 0,2, 0,3 и 0,4 м соответственно.

Рассмотрим вынужденные колебания защемленного бруска. Использовано 4000 конечных элементов типа hex8. Вынуждающая сила равномерно распределена по объему. Она приложена ко всем узлам модели вдоль оси *OZ*. Частота возбуждения варьировалась в диапазоне 0,15...0,75 МГц, который разбит на 1000 шагов. При этом частота вынуждающей силы варьировалась в четвертом знаке.

На рис. 8 представлена форма вынужденных колебаний системы при частоте вынуждающей силы 0,726 МГц. Форма имеет сдвиговый характер.

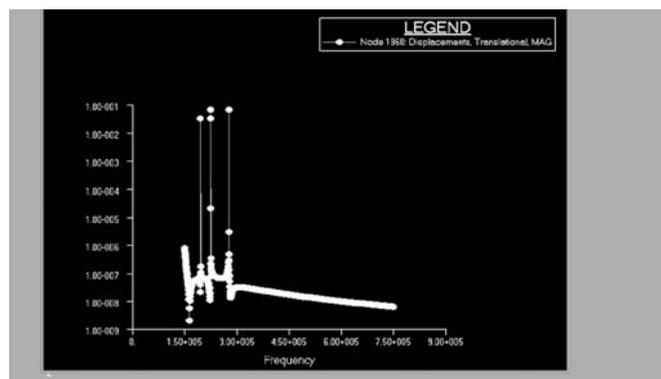


Рис. 9. Амплитудно-частотная характеристика (узел № 34)

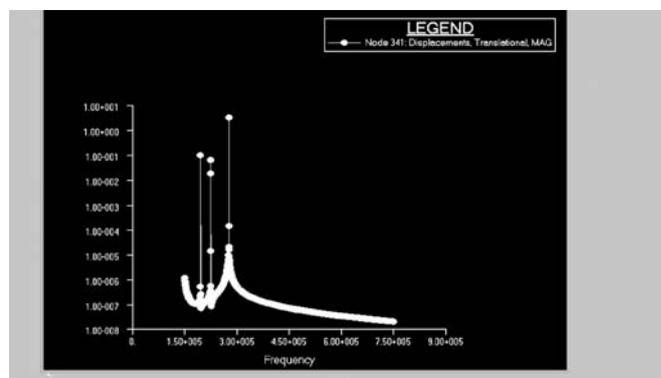


Рис. 10. Амплитудно-частотная характеристика (узел № 1968)

На рис. 9–10 даны амплитудно-частотные характеристики вынужденных колебаний бруска. По оси ординат (в логарифмической шкале) отложены амплитуды колебаний периферийного узла № 341 из верхнего угла на свободной торцевой грани и срединного узла № 1968 верхней грани бруска соответственно. По оси ординат отложена частота (Гц) в указанном диапазоне. Видно, что при выбранном способе приложения вынуждающей силы возбуждения высших гармоник не происходит.

Литература

- ГОСТ 28870—90 Методы испытаний на растяжение толстолистового проката в направлении толщины. Государственный комитет СССР по управлению качеством продукции и стандартам. М.: Изд-во стандартов, 1992. 6 с.
- ГОСТ 25503—97 Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний на сжатие. Межгосударственный совет по стандартизации, метрологии и сертификации. Минск: Изд-во стандартов, 1997. 26 с.
- MSC Software Corporation. Patran 2008r1 for MD.Nastran. Patran User Guide, 2008. 221 p.

Статья поступила в редакцию 05.05.2011 г.