# Расчет и конструирование машин

УДК 629.783:514.85

# Влияние температурных деформаций на точность формы отражающей поверхности ферменного рефлектора крупногабаритной космической антенны на орбите

#### В.Е. Мешковский

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.

# Influence of thermal deformations on the accuracy of the reflecting surface of a large truss space antenna

#### V.E. Meshkovskiy

Bauman Moscow State Technical University, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation.

e-mail: vitevm@yandex.ru

При разработке крупногабаритных космических конструкций (антенн) важной задачей является оценка влияния температурных деформаций на точность формы отражающей поверхности ферменного рефлектора. В работе эта задача рассмотрена в постановке несвязанной задачи термоупругости. Определено поле температур, обусловленное тепловым воздействием потоков Солнца и Земли. Рассчитано напряженно-деформированное состояние каркаса рефлектора, что позволило оценить степень изменения формы отражающей поверхности путем расчета среднеквадратического отклонения. На основе предложенного алгоритма разработан комплекс программных модулей, которые могут быть использованы при компьютерном моделировании, позволяющем прогнозировать механические характеристики рефлекторов и соответственно радиотехнические параметры антенн.

Ключевые слова: крупногабаритные космические конструкции, ферменный рефлектор, тепловое воздействие, поле температур, температурные деформации, среднеквадратическое отклонение.

When developing large space structures (antennas), it is very important to evaluate the influence of temperature on the accuracy of the deformed shape of the truss reflecting surface. In this paper, an uncoupled problem of thermoelasticity is solved. The temperature field due to the heat flows from the Sun and the Earth is determined. The stress-strain state of the reflector frame was calculated, which made it possible to estimate the change of the reflecting surface shape in terms of the root-mean-square deviation. The proposed algorithm formed the basis for the development of software modules that can be used in computer simulation to predict the mechanical properties of reflectors and the corresponding radio characteristics of antennas.

**Keywords**: large space structures, truss space antenna, thermal effects, temperature field, thermal deformation, root-mean-square deviation.

В настоящее время среди достаточно большого разнообразия в конструктивном исполнении рефлекторов крупногабаритных космических антенн достойное место занимают антенны с рефлекторами ферменного типа. Отличительной особенностью жестких ферменных конструкций является использование лицевой части ферменного каркаса в качестве формообразующей поверхности, жесткие стержни которого дают возможность максимально реализовать точностные характеристики фацетной аппроксимации сетчатой отражающей поверхности рефлектора.

Для антенн с ферменным рефлектором конструктивная схема (рис. 1) представляет собой пространственную ферменную конструкцию, образованную двумя поясами (лицевым и тыльным), связанными между собой с помощью диагональных стержней. Каждый пояс это совокупность складывающихся стержней, состоящих из двух шарнирно связанных между собой трубчатых элементов. Диагональные и складывающиеся стержни соединены между собой с помощью узловых шарниров.

Система осей *Охуг* с базисом  $\{e\} = \{e_1 e_2 e_3\}$ , указанная на рис. 1, связана с центральным шарниром лицевого пояса каркаса рефлектора.

Форма и размер лицевого пояса характеризуется двумя параметрами:  $N_0$  — число пролетов каркаса рефлектора вдоль оси Ox и  $N_1$  число пролетов каркаса рефлектора вдоль оси Oy. Стержневые структуры лицевого и тыльного поясов представляют собой совокупность плоских треугольников-фацетов, вершины ко-



Рис. 1. Каркас ферменного рефлектора космической антенны: 1, 2 — складывающиеся стержни лицевого и тыльного поясов соответственно; 3, 7 — диагональные стержни; 4 — тыльный пояс; 5 — штанга; 6 — лицевой пояс

торых лежат на теоретической поверхности идеального параболического зеркала. Число фацетов лицевого пояса определяется по формуле  $N_{\Delta} = 2(4N_0N_1 - N_1^2)$ .

В данном случае параболическая поверхность  $S_{n}$  аппроксимируется поверхностью  $S_{\Delta}$ , представляющей собой совокупность фацетов треугольной формы

$$S_{\Delta} = \sum_{i=1}^{N_{\Delta}} S_{\Delta i}.$$

Такая аппроксимация определяет отличное от нуля значение среднеквадратического отклонения (СКО) рабочей поверхности рефлектора в идеальных условиях. При разработке антенн размеры фацетов ферменного рефлектора определяются исходя из допустимого значения СКО, которое не должно превышать 2...6 % длины излучаемой волны.

На орбите космическая антенна подвержена воздействию тепловых потоков Солнца и Земли, которые вызывают температурные деформации элементов ее конструкции, что приводит к искажению отражающей поверхности рефлектора антенны. Отклонение профиля зеркала от параболоида обусловливает уменьшение коэффициента усиления антенны, рост уровня боковых лепестков диаграммы направленности [1, 2]. Определение степени влияния температурных деформаций на величину СКО рефлектора является важным этапом при проектировании космических антенн.

Цель работы — исследование влияния температурных деформаций на точность формы отражающей поверхности ферменного рефлектора крупногабаритной космической антенны на орбите.

В данной работе поставленная задача рассматривается как несвязанная задача термоупругости, что позволяет определить температурное поле элементов рефлектора при действии тепловых потоков Солнца и Земли независимо от их деформаций, а затем рассчитать поле перемещений при найденных значениях температур.

Задача термоупругости. Тепловая задача с учетом взаимного экранирования (затенения) отдельных участков элементов конструкции, рассмотренная в работе [3], решается на основе метода конечных элементов. В конечно-элементной модели в пределах отдельного *m*-го элемента с N узлами температуры  $T_{3\pi}^{(m)}$  аппроксимируются по значениям узловых температур:

$$T_{\Im\pi}^{(m)} = \{\Phi\}^{\mathrm{T}} \{T^{(m)}\},\$$

где  $\{\Phi\} = \{\Phi_1, \Phi_2, ..., \Phi_N\}^{\text{т}}$  — вектор-столбец функций формы температуры;  $\{T^{(m)}\} = \{T_1^{(m)}, T_2^{(m)}, ..., T_N^{(m)}\}^{\text{т}}$  — вектор-столбец узловых температур.

Используя введенную аппроксимацию температур, приходим к модели радиационнокондуктивного теплообмена для *m*-го конечного элемента, которая записывается в виде матричного уравнения [4, 5]

$$[K_T^{(m)}]\{T_{\Im\pi}^{(m)}\} + \{R^{(m)}(T_{\Im\pi}^{(m)})\} = \{f^{(m)}\}.$$

Здесь [K<sup>(m)</sup>] — симметричная матрица теплопроводности,

$$[K_T^{(m)}] = \int_{V_m} \lambda(\nabla\{\Phi\}, \nabla\{\Phi\}^{\mathrm{T}}) dV;$$

 ${R^{(m)}(T^{(m)}_{{}_{\mathfrak{I}}})} - вектор излучения,$ 

$$\{R^{(m)}(T^{(m)}_{\Im^{\Pi}})\} = \int_{S_m} \sigma_0 \varepsilon [\{\Phi\}^{\mathrm{\scriptscriptstyle T}} \{T^{(m)}_{\Im^{\Pi}}\}]^4 \{\Phi\} dS;$$

 ${f^{(m)}}$  — вектор узловых сил,

$$\{f^{(m)}\} = -\int\limits_{S_m} Aq^{(\text{mag})}_{\Sigma n,m} \{\Phi\} dS + \int\limits_{S_m} \sigma_0 \varepsilon T_{\infty}^4 \{\Phi\} dS;$$

 $\nabla$  — оператор Гамильтона (суммирование по повторяющемуся индексу),

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_k} \boldsymbol{e}_k \quad (k = 1, 2, 3);$$

 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности; є — степень черноты поверхности стержней; A — коэффициент поглощения;  $\sigma_0$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела (постоянная Стефана — Больцмана),  $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт /(м<sup>2</sup> · K<sup>4</sup>);  $q_{\Sigma n,m}^{(\text{пад})}$  — нормальная составляющая вектора плотности теплового потока  $q_{\Sigma}^{(\text{пад})}$ , падающего на *m*-й конечный элемент.

Обозначив вектор узловых температур всей конструкции в некоторой специальным образом выбранной нумерации через  $\{T\}$ , получим связь векторов  $\{T\}$  и  $\{T^{(m)}\}$ , которая с помощью матрицы связности  $[A_T^{(m)}]$  определяется следующим образом:

$$\{T^{(m)}\} = [A_T^{(m)}]\{T\}.$$

Данная аппроксимация позволяет записать систему нелинейных разрешающих уравнений

$$[K_T]{T} + {R(T)} = {f}$$

где  $[K_T]$  — глобальная матрица теплопроводности;  $\{R(T)\}$  и  $\{f\}$  — векторы излучения и узловых сил соответственно.

В расчетах принято  $T_{\infty} = 4$  К, что соответствует фоновому излучению окружающего космический аппарат пространства по любому направлению, составляющему около  $10^{-5}$  Вт/м<sup>2</sup>.

В результате решения тепловой задачи находим значения температур в узлах конечно-элементной сетки каркаса рефлектора. Далее определяем поле перемещений с той же конечно-элементной сеткой с уже известными значениями узловых температур. В соответствии с гипотезой Дюамеля — Неймана полная деформация равна сумме упругой деформации, обусловленной внешними нагрузками, и температурной деформации [6]. В матричной записи данное равенство принимает вид

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^{(P)}\} + \{\varepsilon^{(T)}\}; \ \{\varepsilon^{(T)}\} = \{\alpha^{(T)}\}T_{\Delta}; \ T_{\Delta} = T - T_0.$$

Здесь  $\{\epsilon^{(P)}\} = \{\epsilon_{11}^{(P)} \epsilon_{22}^{(P)} \epsilon_{33}^{(P)} \epsilon_{12}^{(P)} \epsilon_{23}^{(P)} \epsilon_{13}^{(P)}\}^{\mathsf{T}}$  — вектор упругой деформации;  $\{\epsilon^{(T)}\} =$ =  $\{\epsilon_{11}^{(T)} \epsilon_{22}^{(T)} \epsilon_{33}^{(T)} \epsilon_{12}^{(T)} \epsilon_{23}^{(T)} \epsilon_{13}^{(T)}\}^{\mathsf{T}}$  — вектор температурной деформации;  $\{\alpha^{(T)}\}$  — вектор коэффициентов линейного температурного расширения;  $T_0$  — некоторое начальное значение температуры.

Для анизотропного упругого тела закон Гука описывается в виде следующего матричного соотношения:

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{D\}\{\boldsymbol{\varepsilon}^{(P)}\} - \{\beta\}T_{\Delta}\}$$

где {*D*} — матрица упругих постоянных; {β} — приведенный вектор термоупругости.

Соотношения Коши в матричном виде для упругой деформации

$$\{\boldsymbol{\varepsilon}^{(P)}\} = [L]\{\boldsymbol{u}\}.$$

Здесь [L] — матрица дифференциальных операторов,

$$[L] = \begin{pmatrix} \partial/\partial x_1 & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_2 & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial x_3 \\ \partial/\partial x_2 & \partial/\partial x_1 & 0 \\ 0 & \partial/\partial x_3 & \partial/\partial x_2 \\ \partial/\partial x_3 & 0 & \partial/\partial x_1 \end{pmatrix}$$

В конечно-элементной модели термоупругости в пределах отдельного *m*-го элемента, имеющего *N* узлов, выполняется аппроксимация по узловым значениям поля перемещений

$$\{u_{\Im\Pi}^{(m)}\} = [U]\{u^{(m)}\},\$$

где  $\{u^{(m)}\} = \{u_{11}, u_{21}, u_{31}, \dots, u_{1N}, u_{2N}, u_{3N}\}^{T}$  — вектор-столбец узловых перемещений; [U] — мат-

рица аппроксимирующих функций перемещений.

Матричное уравнение равновесия *m*-го элемента имеет вид

$$[K_u^{(m)}]{u^{(m)}} = [C_u^{(m)}]{T_\Delta^{(m)}}$$

Здесь [ $K_u^{(m)}$ ] — матрица жесткости элемента,

$$[K_u^{(m)}] = \int_{V_m} ([L][U])^{\mathrm{T}} \{D\} [L][U] dV;$$

[ $C_u^{(m)}$ ] — матрица термоупругости,

$$[C_{u}^{(m)}] = \int_{V_{m}} ([L][U])^{\mathrm{T}} \{\beta\} \{\Phi\}^{\mathrm{T}} dV;$$

 ${T_{\Delta}^{(m)}}$  — вектор узловых температур, определенных в задаче теплового расчета.

Если через  $\{u\}$  обозначить вектор узловых перемещений всей конструкции в некоторой специальным образом выбранной нумерации, то связь векторов  $\{u^{(m)}\}$  и  $\{u\}$  с помощью матрицы связности  $[A_u^{(m)}]$  определяется следующим образом:

$$\{u^{(m)}\} = [A_u^{(m)}]\{u\},\$$

где  $[A_u^{(m)}]$  — прямоугольная матрица размером  $N_{_{\Im n}} \times M$ ;  $N_{_{\Im n}}$  — число степеней свободы элемента; M — общее число степеней свободы для всей конструкции, как правило  $M \gg N_{_{\Im n}}$ .

Тогда можно получить следующие выражения для глобальных матриц жесткости  $[K_u]$  и термоупругости  $[C_u]$  [4]:

$$[K_u] = \sum_{m \in M} [A_u^{(m)}]^{\mathsf{T}} [K_u^{(m)}] [A_u^{(m)}];$$
  
$$[C_u] = \sum_{m \in M} [A_u^{(m)}]^{\mathsf{T}} [C_u^{(m)}] [A_T^{(m)}].$$

В этом случае система разрешающих уравнений принимает вид

$$[K_u]\{u\} = [C_u]\{T_{\Delta}\}.$$

Здесь  ${T_{\Delta}}$  — вектор узловых температур всей конструкции.

Зная поле перемещений стержневых элементов рефлектора антенны, обусловленное действием тепловых потоков Солнца и Земли, можно оценить влияние температурного поля на величину СКО.

Определение СКО. В радиотехнике существуют различные подходы к определению СКО отражающей поверхности рефлектора антенны. В работах [1, 2] под СКО  $\sigma$  понимается среднее значение квадрата отклонения  $d(\mathbf{r})$  отражающей поверхности от поверхности *S* идеального параболоида:

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{S} \int_{S} d^{2}(\mathbf{r}) dS},$$

где r = r(x, y, z) — радиус-векторы точек  $M(\mathbf{r}) \in S$ . Интеграл определяется по поверхности идеального параболоида.

Другой подход основан на понятии СКО, принятом в математической статистике [7]. В соответствии с таким понятием, под СКО понимают величину [8]

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{S} \int_{S} [d(\mathbf{r}) - \overline{d}]^2 dS},$$

где  $\overline{d} = \frac{1}{S} \int_{S} d(\mathbf{r}) dS$  (см. далее).

После преобразований можно получить следующее выражение для СКО  $\sigma_i$ , соответствующее каждой части отражающей поверхности  $S_i$ :

$$\sigma_i = \sqrt{\overline{d_i^2} - \overline{d_i}^2}, \quad i = 1, 2, \dots, N_\Delta.$$

Здесь

$$\overline{d_i^2} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} d_i^2(\mathbf{r}) dS_i; \quad \overline{d_i} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} d_i(\mathbf{r}) dS_i;$$

 $d_i(\mathbf{r})$  — отклонение текущей точки  $M_i(\mathbf{r}) \in S_{\Delta i}$ от поверхности идеального параболоида  $S_{\Pi}$ ;  $\overline{d_i}$  — среднее значение отклонения  $d_i$  на  $S_{\Delta i}$ ;  $\overline{d_i^2}$  — среднее значение квадрата отклонения  $d_i$  на  $S_{\Delta i}$ . Интегралы берутся по части поверхности параболоида  $S_i$ , соответствующей  $S_{\Delta i}$ , т. е. по плоскости *i*-го фацета треугольной формы с вершинами  $M_{1i}M_{2i}M_{3i}$  (рис. 2).

Для недеформированного каркаса рефлектора расположение плоскости  $S_{\Delta i}$  *i*-го фацета показано на рис. 2, *a*. В этом случае вершины  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$ ,  $M_{3i}$  совпадают с соответствующими точками  $M_{11i}$ ,  $M_{21i}$ ,  $M_{31i}$ , принадлежащими поверхности параболоида  $S_{\Pi}$ . Для деформированного каркаса рефлектора расположение плоскости  $S_{\Delta i}$  по отношению к идеальному параболоиду показано на рис. 2, *б*.

При вычислениях за отклонение  $d_i(\mathbf{r})$  принимается величина, равная расстоянию между точками, принадлежащими плоскости  $S_{\Delta i}$ , и точками пересечения нормалей, проведенных через данные точки к поверхности  $S_i \in S_{\pi}$ .

Как известно, для некоторой поверхности *S*, заданной явным уравнением z = z(x, y), поверхностный интеграл сводится к вычислению двойного интеграла [9]

$$\iint_{S} f(x, y, z) dS = \iint_{D} f\left(x, y, z(x, y)\right) \sqrt{1 + p^2 + q^2} \, dx \, dy,$$

где  $p = \partial z / \partial x$ ;  $q = \partial z / \partial y$ ; D — проекция поверхности S на плоскость Oxy.

Для параболоида  $z = (x^2 + y^2)/(4f)$  (f — фокусное расстояние, p = x/(2f), q = y/(2f)) интегралы берутся по части поверхности параболоида  $S_i$  (криволинейный треугольник  $M_{11i}M_{21i}M_{31i}$ ), соответствующей *i*-му фацету лицевого пояса (рис. 3, *a*).

В соответствии с геометрической моделью рефлектора [10], область интегрирования D представляет собой совокупность треугольных подобластей  $D_i$ . В двойных интегралах нижний предел внутреннего интеграла представляет собой функцию  $g_i(x)$ , а верхний  $f_i(x)$ . При расстановке пределов можно выделить две смежные области  $D_i$  и  $D_{i+1}$  (рис. 3, 6), для которых характерным является совпадение вершин  $M_{1i} = M_{1i+1}$ ,  $M_{2i} = M_{3i+1}$  и совпадение функций  $g_{2i}(x) = f_{1i+1}(x)$ , описывающих общую сторону криволинейных треугольников. Кроме того, для области  $D_i$  нижняя граница описывается двумя функциями  $g_{1i}(x)$ ,  $g_{2i}(x)$ , а верхняя — одной функцией  $f_i(x)$ . Для области  $D_{i+1}$  нижняя граница описывается одной функцией  $g_{i+1}(x)$ , а верхняя — двумя функциями  $f_{1i+1}(x)$ ,  $f_{2i+1}(x)$ . Тогда двойные интегралы для областей  $D_i$  и  $D_{i+1}$  можно записать в следующем виде:

$$\iint_{D_{i}} = \int_{x_{1i}}^{x_{2i}} \int_{g_{1i}(x)}^{f_{i}(x)} + \int_{x_{2i}}^{x_{3i}} \int_{g_{2i}(x)}^{f_{i}(x)};$$
$$\iint_{D_{i+1}} = \int_{x_{1i+1}}^{x_{2i+1}} \int_{g_{i+1}(x)}^{f_{1i+1}(x)} + \int_{x_{2i+1}}^{x_{3i+1}} \int_{g_{i+1}(x)}^{f_{2i+1}(x)}.$$

Следует отметить, что границы подобластей представляют собой кривые линии, которые имеют достаточно малую кривизну, что практически незаметно на рис. 3, 6. Функции  $f_i(x)$  и  $g_i(x)$  для каждого криволинейного треугольника задаются на дискретном множестве точек. В разработанном алгоритме при численном интегрировании значения указанных функций для требуемого значения x определяются с помощью интерполяционных сплайнов.

Выше изложена методика определения СКО  $\sigma_i$  при интегрировании по поверхности  $S_i \in S_{\pi}$ 



*Рис. 2.* Взаимное расположение *i*-го фацета треугольной формы и поверхности идеального параболоида: *a* — недеформированный каркас рефлектора; *б* — деформированный каркас рефлектора



*Рис.* 3. К вычислению поверхностных интегралов: 1 — поверхность *S<sub>i</sub>*; 2 — область интегрирования *D<sub>i</sub>* 

с областью интегрирования  $D_i \in Oxy$  (треугольник  $M_{10i}M_{20i}M_{30i}$  в плоскости Oxy, см. рис. 3, *a*). Можно также провести вычисление СКО  $\sigma_i$  при интегрировании по плоскостям  $S_{\Delta i}$  треугольников каркаса рефлектора. В этом случае *i*-я область интегрирования  $D_i = S_{\Delta i}$  и интегрирование ведется в связанной с плоскостью треугольника системе координат  $M_{1i}x_iy_iz_i$ (см. рис. 2).

Интегрированию по поверхности  $S_i \in S_{\pi}$  характерно взаимнооднозначное соответствие между всеми точками идеального параболоида  $S_{\pi}$  и всеми точками  $S_{\Delta}$ , а при интегрировании по плоскостям S<sub>Δi</sub> треугольников суммарному множеству точек  $S_{\Delta}$  соответствует не все множество точек S<sub>п</sub>. Отличие этих двух подходов вычисления СКО иллюстрирует рис. 4, на котором изображено положение двух складывающихся стержней (і-й стержневой элемент, ограниченный точками  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$ , и *i*+1-й стержневой элемент, ограниченный точками M<sub>1i+1</sub>,  $M_{2i+1}$ ) деформированного каркаса рефлектора по отношению к соответствующей параболе, принадлежащей рассматриваемому параболоиду и лежащей в плоскости Oxz.

Точки  $M_{11i}$ ,  $M_{21i}$ ,  $M_{11i+1}$ ,  $M_{21i+1}$  являются нормальными проекциями на  $S_{\Pi}$  точек  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$ ,  $M_{1i+1}$ ,  $M_{2i+1}$ , т. е. точками пересечения с параболой нормалей к ней, проведенных через соответствующие точки прямых  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$  и  $M_{1i+1}$ ,  $M_{2i+1}$ , а точки  $Q_{1i}$ ,  $Q_{2i}$ ,  $Q_{1i+1}$ ,  $Q_{2i+1}$  точки пересечения прямых, нормальных к прямым  $M_{1i}$ ,  $M_{2i}$  и  $M_{1i+1}$ ,  $M_{2i+1}$  с параболой.

Интегрированию по  $S_{\Pi}$  соответствуют отрезки  $M_{11i}$ ,  $M_{21i}$  и  $M_{11i+1}$ ,  $M_{21i+1}$  параболы, для которых точки  $M_{21i}$  и  $M_{11i+1}$  совпадают. В данном случае образом множества точек двух прямых соответствует все множество точек части параболы  $M_{11i+1}, M_{21i+1}$ .

Интегрированию по S<sub>Δ</sub> соответствуют отрезки  $Q_{1i}$ ,  $Q_{2i}$ ,  $Q_{1i+1}$ ,  $Q_{2i+1}$  параболы. В этом случае точки Q<sub>2i</sub> и Q<sub>1i+1</sub> не совпадают и множество точек отрезка Q<sub>2i</sub>, Q<sub>li+1</sub> параболы не имеет соответствующего прообраза точек на рассматриваемых прямых. Это приводит к погрешности в вычислении СКО при интегрировании по  $S_{\Delta}$ . Тем не менее, погрешность при использовании для определения СКО второго метода плоскостей S<sub>Δi</sub> треугольников, как показывают вычисления для существующих ферменных конструкций антенн, не превышает 0,15 %. Это объясняется малой кривизной идеального параболоида и достаточно большим числом аппроксимирующих поверхность параболоида плоских фацетов.

**Пример расчета.** На основе предлагаемого алгоритма проведен расчет напряженно-деформированного состояния и СКО каркаса рефлектора 12×5 мм<sup>2</sup> антенны, расположенной на космическом аппарате на орбите, плоскость которой перпендикулярна направлению теплового потока солнечного излучения. Стержни каркаса рефлектора выполнены из углепластика. Поток солнечного излучения падает на рефлектор вдоль большей оси (ось *Ox*, рис. 5).

Распределение температур по стержням каркаса показано на рис. 5. В данном случае одна половина рефлектора практически полностью перекрывает другую. Черный цвет соответствует наибольшим температурам. Максимальная температура  $T_{max} = 331$  К.



Рис. 4. Взаимное расположение стержневых элементов каркаса рефлектора по отношению к поверхности идеального параболоида: 1 — *i*-й элемент; 2 — *i*+1-й элемент; 3 — парабола



*Рис. 5.* Распределение температур по стержням каркаса:

 космический аппарат; 2 — поток солнечного излучения; 3, 4 — область наименьших и наибольших температур соответственно



Рис. 6. Деформированное состояние рефлектора: 1 — космический аппарат; 2 — поток солнечного излучения; 3 — деформированное состояние рефлектора; 4 — недеформированное состояние рефлектора

Температурные деформации конструкции рефлектора так же, как и распределение температур, определялись в программном комплексе MSC.Patran-Nastran с использованием построенной в Patran конечно-элементной модели, каждый складывающийся и диагональный стержень в которой моделировался десятью балочными конечными элементами. В качестве исходных данных для определения перемещений использовались значения температур стержней, полученные в результате решения тепловой задачи. Влияние сетеполотна не учитывалось.

Перемещения узлов конечно-элементной модели каркаса рефлектора приведены на рис. 6. Линиями черного цвета показан недеформированный каркас рефлектора. В этом положении одна половина рефлектора практически закрыта другой половиной от солнечного излучения.

Из полученных расчетных данных следует, что наибольшие перемещения имеют узлы на периферии рефлектора, а минимум перемещения соответствует узлам штанги, связывающей рефлектор с космическим аппаратом. Максимальное перемещение u = 2,15 мм. В данном случае напряжения, обусловленные неравномерным полем температур, имеют небольшие значения. Так, максимальное значение напряжения равно 8,42 МПа.



Распределение локальных (по площадям  $S_{\Delta i}$  треугольников лицевого пояса) значений СКО для деформированного лицевого пояса приведено на рис. 7.

Наибольшие значения СКО в деформированном состоянии составляют порядка  $\sigma_{\text{д max}}$  = = 2,0 мм, что соответствует точкам каркаса рефлектора, расположенным в центральной части лицевого пояса, где кривизна параболоида наибольшая и его аппроксимация плоскими треугольниками имеет наибольшую погрешность. Для недеформированного лицевого пояса СКО  $\sigma_{H_{\rm H}\,max}$  = 1,93 мм. Различие между указанными величинами  $\sigma_{\text{д max}}$  и σ<sub>нд max</sub> составляет всего 3,6 %, т. е. температурные деформации практически не изменяют СКО отражающей поверхности (лицевого пояса) рефлектора. За счет воздействия тепловых потоков Солнца и Земли рефлектор перемещается практически как твердое тело, что обусловлено температурной деформацией штанги, обеспечивающей крепление антенны к космическому аппарату.

Следует также отметить, что отличие расчетных значений СКО, вычисленных по рассмотренным выше схемам (по поверхностям  $S_{\Delta}$  и  $S_{\Pi}$ ), не превышает 0,5 %. Это свидетельствует о возможности использования в расчетах СКО этих двух равноправных численных моделей.

Таким образом, с помощью разработанных математических моделей и программных модулей можно исследовать различные тепловые воздействия на конструкцию ферменного рефлектора трансформируемой крупногабаритной космической антенны и оценивать ее функциональные характеристики в условиях эксплуатации.

#### Выводы

1. Разработаны математические модели исследования влияния теплового воздействия на форму отражающей поверхности ферменного рефлектора трансформируемой крупногабаритной космической антенны.

2. Установлено, что температурные дефор-

# Литература

[1] Tibert A.G., Pellegrino S. Furlable reflector concept for small satellites. 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2001, no. 1261, pp. 1–11.

- [2] Баничук Н.В., Карпов И.И., Климов Д.М., Маркеев А.П., Соколов Б.Н., Шаранюк А.В. Механика больших космических конструкций. Москва, Изд-во Факториал, 1997. 302 с.
- [3] Мешковский В.Е. Тепловой режим ферменного рефлектора. Инженерный журнал: наука и инновации, 2013, № 7(19). URL: http://engjournal.ru/articles/852/html (дата обращения 20 июня 2014).
- [4] Голованов А.И., Бережной Д.В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. Казань, Изд-во ДАС, 2001. 301 с.
- [5] Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC. Visual Nastran for Windows. Москва, ДМК Пресс, 2004. 704 с.
- [6] Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели механики и электродинамики сплошной среды. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. 512 с.
- [7] Горяинов В.Б., Павлов И.В., Цветкова Г.М., Тескин О.И. Математическая статистика. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001, 424 с. (Математика в техническом университете. Вып. XVII).
- [8] Фейзулла Н.М., Кисанов Ю.А. Особенности формообразования поверхности космических антенн с сетчатым отражателем. Сб. Антенны, № 34. Москва, Радио и связь, 1987, с. 107–115.
- [9] Гаврилов В.Р., Иванова Е.Е., Морозова В.Д. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. 492 с. (Математика в техническом университете. Вып. VII).
- [10] Мешковский В.Е. Разработка геометрической модели раскрывающейся крупногабаритной космической конструкции ферменного типа. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки, 2009, № 4(35), с. 56–71.

## References

- [1] Tibert A.G., Pellegrino S. Furlable reflector concept for small satellites. 19th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2001, no. 1261, pp. 1–11.
- [2] Banichuk N.V., Karpov I.I., Klimov D.M., Markeev A.P., Sokolov B.N., Sharaniuk A.V. Mekhanika bol'shikh kosmicheskikh konstruktsii [Mechanics of large space structures]. Moscow, Faktorial publ., 1997. 302 p.
- [3] Meshkovskii V.E. Teplovoi rezhim fermennogo reflektora [Thermal analysis of a large deployable space antenna truss reflector]. *Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii* [Engineering Journal: Science and Innovations]. 2013, no. 7(19). Available at: http://engjournal.ru/articles/852/html (accessed 20 June 2014).
- [4] Golovanov A.I., Berezhnoi D.V. Metod konechnykh elementov v mekhanike deformiruemykh tverdykh tel [The finite element method in mechanics of deformable solid bodies]. Kazan', DAS publ., 2001. 301 p.
- [5] Shimkovich D.G. *Raschet konstruktsii v MSC.Visual Nastran for Windows* [Calculation of structures in MSC.Visual Nastran for Windows]. Moscow, DMK Press, 2004. 704 p.

мации изменяют СКО отражающей поверхности рефлектора не более, чем на 3,6 %.

3. Показано, что в качестве области интегрирования при вычислении СКО можно рассматривать как поверхность идеального параболоида, так и поверхность, образованную плоскими фацетами.

- [6] Zarubin V.S., Kuvyrkin G.N. Matematicheskie modeli mekhaniki i elektrodinamiki sploshnoi sredy [Mathematical models of mechanics and electrodynamics of continuous media]. Moscow, Bauman Press, 2008. 512 p.
- [7] Matematicheskaia statistika [Mathematical Statistics]. Ed. Zarubin V.S., Krishchenko A.P. Moscow, Bauman Press, 2001. 424 p.
- [8] Feizulla N.M., Kisanov Iu.A. Osobennosti formoobrazovaniia poverkhnosti kosmicheskikh antenn s setchatym otrazhatelem [Features shaping surface space antennas with mesh reflector]. Sbornik Antenny [Collection of Antennas]. Moscow, Radio i sviaz' publ., 1987, issue 34, pp.107–115.
- [9] *Kratnye i krivolineinye integraly. Elementy teorii polia* [Multiple and line integrals. Elements of the theory of the field]. Ed. Zarubin V.S., Krishchenko A.P. Moscow, Bauman Press, 2001. 492 p.
- [10] Meshkovskii V.E. Razrabotka geometricheskoi modeli raskryvaiushcheisia krupnogabaritnoi kosmicheskoi konstruktsii fermennogo tipa [Development of a geometric model drop-down of large space structures truss-type]. Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki [Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Ser. Natural Sciences]. 2009, no. 4(35), pp. 56–71.

Статья поступила в редакцию 06.10.2014

# Информация об авторе

МЕШКОВСКИЙ Виталий Евгеньевич (Москва) — зав. отделом «Крупногабаритные космические конструкции». НИИ СМ МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: vitevm@yandex.ru). **MESHKOVSKIY Vitaliy Evgen'evich** (Moscow) — Head of «Large Space Structures» Department. Research Institute of Special Machinery Bauman Moscow State Technical University (BMSTU, building 1, 2-nd Baumanskaya str., 5, 105005, Moscow, Russian Federation, e-mail: vitevm@yandex.ru).

Information about the author



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана вышло в свет учебное пособие А.Г. Колесникова, Р.А. Яковлева, А.А. Мальцева

## «Технологическое оборудование прокатного производства»

Рассмотрено основное и вспомогательное оборудование широко распространенных на производстве типов прокатных станов. Наиболее полно раскрыты вопросы конструирования и расчета рабочих клетей прокатных станов и их приводов. Приведены основные этапы динамического расчета деталей привода прокатного стана и вероятностная оценка их долговечности.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1. Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97; press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru