



ПОТОСКУЕВ
Сергей Викторович
аспирант кафедры
«Колесные машины»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Повышение скорости выполнения маневров автомобиля с помощью принудительного задания соотношения скоростей вращения колес

С.В. Потоскуев

Установлена взаимосвязь угловых скоростей колес разных бортов, которая позволяет увеличить максимальную скорость автомобиля при криволинейном движении. Приведено описание математической модели криволинейного движения двухосного автомобиля с различными схемами трансмиссии. С использованием математического моделирования получены и приведены значения радиуса поворота в зависимости от скорости выполнения поворота.

Ключевые слова: поворот, управляемость, устойчивость, математическая модель, имитационное моделирование.

The interrelation of angular speeds of different sides wheels has been established, which allows to increase an automobile maximum speed in curvilinear motion. The description of a mathematical model of curvilinear motion of biaxial automobile with different transmission schemes is presented. The values of cornering radii against the speed of turning have been obtained by means of mathematical modelling and are presented.

Keywords: turning, manoeuvrability, stability, mathematical model, simulation.

Быстроходность автомобиля оценивается средней скоростью движения, на которую влияет множество факторов, в том числе кривизна пути. Для автомобиля максимальная скорость выполнения поворота на твердом основании определяется устойчивостью и управляемостью.

Наиболее распространенным способом поворота двухосного легкового автомобиля является поворот плоскостей вращения колес передней оси. В то же время с развитием электронных систем все более широко применяют системы управления продольными силами, улучшающие характеристики криволинейного движения автомобиля. Помимо известных систем динамической стабилизации, которые управляют тормозными механизмами и блокировкой дифференциалов, используют системы с межколесным дифференциалом, при полной блокировке которого колеса вращаются с различными скоростями (Mitsubishi, Honda, Magna, BMW, Audi). Это позволяет увеличить максимальные боковые реакции за счет перераспределения продоль-

ных реакций, тем самым увеличивается максимальная скорость выполнения маневра.

Для оценки эффективности подобных систем в статье рассмотрены следующие схемы трансмиссии:

- 4 × 4 с симметричными межколесными и межосевым дифференциалами;
- 4 × 4 с симметричным межосевым дифференциалом и симметричным межколесным дифференциалом на передней оси и принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси;
- 4 × 2 с симметричным межколесным дифференциалом на задней оси;
- 4 × 2 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси.

Исследования выполнены с помощью имитационного математического моделирования. Принято допущение, что движение происходит по твердой ровной горизонтальной поверхности. Поэтому движение автомобиля моделируется как плоское движение твердого тела. Для удобства составления уравнений вводится несколько систем координат: неподвижная система координат: $O'x'y'$, подвижные системы ко-

ординат: Oxy , связанная с корпусом автомобиля, и $O_i''x_i''y_i''$, связанная с i -м колесом. Расчетная схема движения автомобиля представлена на рис. 1.

Начало координат Oxy связано с центром масс автомобиля, ось x направлена вдоль продольной оси автомобиля, ось y — вдоль поперечной. Начало координат $O_i''x_i''y_i''$ связано с проекцией центра i -го колеса на опорное основание, ось x_i'' направлена вдоль проекции продольной плоскости колеса на основание, ось y_i'' — вдоль проекции оси вращения колеса.

Движение автомобиля в системе координат Oxy описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} a_x = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^4 R_{xi} - P_w \right), \\ a_y = \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^4 R_{yi} \right), \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} = \sum_{i=1}^4 M_{nki} + \sum_{i=1}^4 M(R_i), \end{cases} \quad (1)$$

где a_x, a_y — проекции вектора ускорения центра масс автомобиля (абсолютной производной

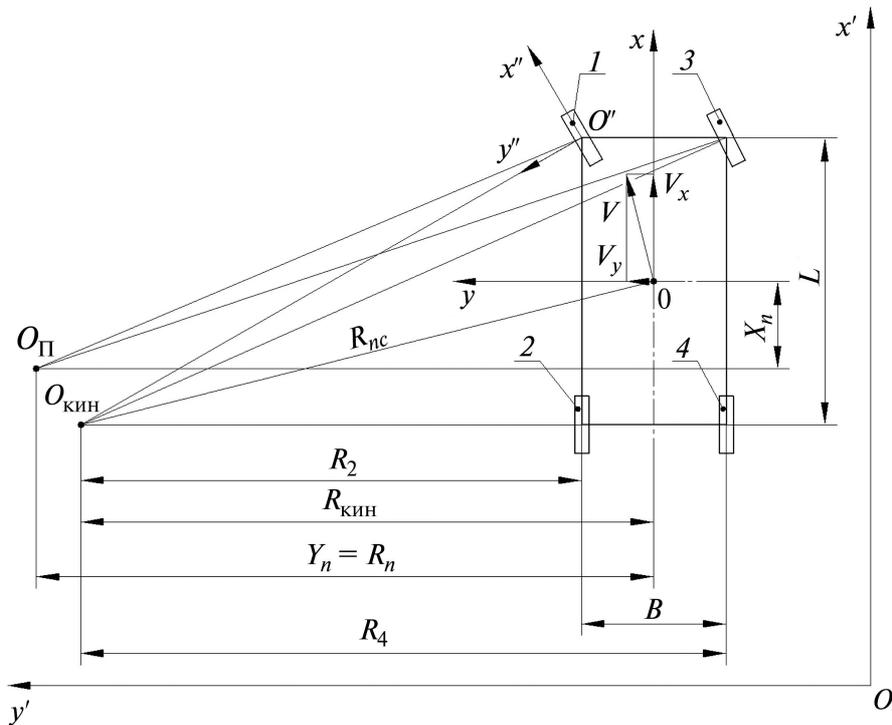


Рис. 1. Схема поворота двухосного автомобиля с передними управляемыми колесами

от вектора скорости центра масс автомобиля); J_z — момент инерции автомобиля относительно оси z ; m — полная масса автомобиля; ω_z — угловая скорость автомобиля вокруг вертикальной оси; \mathbf{R}_i — вектор силы взаимодействия i -го колеса с опорным основанием; \mathbf{P}_w — силы сопротивления воздуха; M_{nki} — момент сопротивления повороту i -го колеса.

Силу сопротивления воздуха P_w принято оценивать сосредоточенной силой, являющейся равнодействующей всех составляющих силы сопротивления воздуха, приложенной в точке, называемой центром парусности [1]. Поскольку скорость автомобиля в боковом направлении мала, а ветром целесообразно пренебречь, в модели учитывается только проекция силы сопротивления воздуха на ось x , P_{wx} . Центр парусности расположен на высоте H_w от опорной поверхности в продольной плоскости симметрии автомобиля. Величина силы сопротивления воздуха определяется по формуле Буря:

$$P_{wx} = c_x F \rho_v \frac{V_x^2}{2}, \quad (2)$$

где c_x — коэффициент аэродинамического сопротивления; F — площадь проекции на плоскость, перпендикулярную ее продольной оси; ρ_v — плотность воздуха; V_x — проекция вектора скорости центра масс автомобиля на ось x системы координат Oxy .

Для вычисления проекций вектора скорости центра масс \mathbf{V} в системе Oxy интегрированием необходимо определить относительную производную вектора $\frac{\tilde{d}\mathbf{V}}{dt}$, выраженную с помощью формулы Буря [2]:

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\tilde{d}\mathbf{V}}{dt} + \bar{\omega} \mathbf{V},$$

где $\bar{\omega}$ — вектор угловой скорости поворота автомобиля, а

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{V}}{dt} = \frac{dV_x}{dt} \mathbf{i} + \frac{dV_y}{dt} \mathbf{j}.$$

На основании допущения о плоском движении автомобиля значения координат вектора относительной производной от вектора скоро-

сти центра масс в системе Oxy определяются по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x}{dt} &= a_x + \omega_z V_y; \\ \frac{dV_y}{dt} &= a_y - \omega_z V_x, \end{aligned}$$

где V_x и V_y — проекции вектора скорости центра масс на оси системы координат Oxy .

Сила взаимодействия колеса с опорным основанием определяется согласно подходу, изложенному в работе Ю.Л. Рождественского и К.Ю. Машкова [3]. Отсюда следует, что сила взаимодействия направлена в обратную сторону скорости скольжения. Скорость скольжения определяется как векторная сумма переносной $V_{пер}$ и относительной $V_{отн}$ скоростей точки колеса, находящейся в контакте с опорным основанием и являющейся проекцией центра колеса на опорное основание:

$$V_{ск} = V_{пер} + V_{отн}. \quad (3)$$

Поскольку колеса передней оси автомобиля управляемые, параметры взаимодействия i -го колеса с опорным основанием удобней рассматривать в подвижной системе координат $O''_i x''_i y''_i$, которая связана с i -м колесом. Рассмотрим i -е колесо автомобиля, расчетная схема которого представлена на рис. 2.

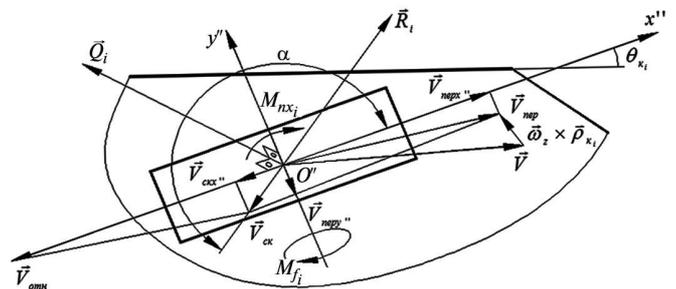


Рис. 2. Расчетная схема сил и моментов, действующих на колесо со стороны опорной поверхности

Переносной скоростью точки i -го колеса $V_{пер_i}$ является скорость центра i -го колеса. По-

сколькx скорость какой-либо точки фигуры при ее плоском движении равна векторной сумме скорости полюса и относительной скорости этой точки от вращения фигуры вокруг полюса,

$$V_{\text{пер}_i} = V + \omega \rho_{k_i},$$

где ρ_{k_i} — радиус-вектор i -го колеса в системе координат Oxy . Проекции вектора переносной скорости на оси системы координат Oxy :

$$V_{\text{пер}_x} = V_x - \omega_z y_{k_i},$$

$$V_{\text{пер}_y} = V_y + \omega_z x_{k_i},$$

где x_{k_i}, y_{k_i} — координаты i -го колеса в системе координат Oxy .

Проекции вектора переносной скорости на оси системы координат $O_i''x_i''y_i''$:

$$V_{\text{пер}_x''_i} = (V_x - \omega_z y_{k_i}) \cos \theta_{k_i} + (V_y + \omega_z x_{k_i}) \sin \theta_{k_i},$$

$$V_{\text{пер}_y''_i} = -(V_x - \omega_z y_{k_i}) \sin \theta_{k_i} + (V_y + \omega_z x_{k_i}) \cos \theta_{k_i},$$

где θ_{k_i} — угол поворота i -го колеса относительно корпуса автомобиля.

Относительная скорость точки i -го колеса, находящейся в контакте с опорным основанием, $V_{\text{отн}_i}$ определяется произведением угловой скорости вращения колеса ω_{k_i} и радиуса качения i -го колеса в свободном режиме $r_{кi}$. Принято допущение, что радиус качения в свободном режиме постоянный и равный для всех колес. Проекции вектора относительной скорости на оси системы координат $O_i''x_i''y_i''$:

$$V_{\text{отн}_x''_i} = -\omega_{k_i} r_{кi},$$

$$V_{\text{отн}_y''_i} = 0.$$

Проекции вектора скорости скольжения $V_{\text{ск}_i}$ на оси системы координат $O_i''x_i''y_i''$ и его модуль определяют по следующим выражениям:

$$V_{\text{ск}_x''_i} = (V_x - \omega_z y_{k_i}) \cos \theta_{k_i} + (V_y + \omega_z x_{k_i}) \sin \theta_{k_i} - \omega_{k_i} r_{кi},$$

$$V_{\text{ск}_y''_i} = -(V_x - \omega_z y_{k_i}) \sin \theta_{k_i} + (V_y + \omega_z x_{k_i}) \cos \theta_{k_i},$$

$$V_{\text{ск}_i} = \sqrt{V_{\text{ск}_x''_i}^2 + V_{\text{ск}_y''_i}^2}.$$

Сила взаимодействия определяется нормальной реакцией и коэффициентом трения частичного скольжения:

$$R_i = \mu_{s_i} R_{zi},$$

где μ_{s_i} — коэффициент трения частичного скольжения i -го колеса; R_{zi} — нормальная реакция, которая действует на i -е колесо.

Коэффициент трения частичного скольжения зависит от многих параметров, но основной является зависимость от коэффициента скольжения S_k . Данная зависимость определяется экспериментально для колеса и опорного основания (рис. 3).

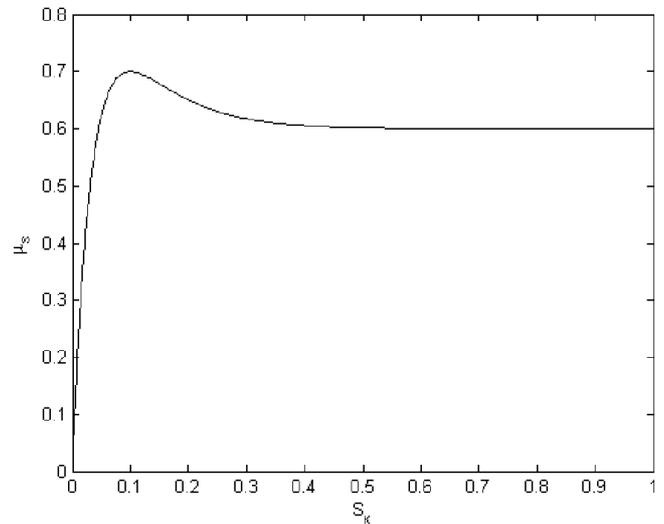


Рис. 3. Зависимость коэффициента трения частичного скольжения от коэффициента скольжения

Коэффициент скольжения:

$$S_k = \frac{V_{\text{с.к}}}{\omega_k r_{кк}}$$

Проекции вектора силы взаимодействия i -го колеса с опорным основанием на оси системы координат $O_i''x_i''y_i''$ имеет вид:

$$R_{x''_i} = -R_i \cos \alpha_i;$$

$$R_{y''_i} = -R_i \sin \alpha_i,$$

где

$$\cos \alpha = \frac{V_{\text{с.кx''}}}{V_{\text{с.к}}};$$

$$\sin \alpha = \frac{V_{\text{с.кy''}}}{V_{\text{с.к}}}.$$

Проекция вектора силы взаимодействия i -го колеса на оси системы координат Oxy :

$$\begin{aligned} R_{x_i} &= R_{x''_k} \cos \theta_{\kappa_i} - R_{y''_k} \sin \theta_{\kappa_i}, \\ R_{y_i} &= R_{x''_k} \sin \theta_{\kappa_i} + R_{y''_k} \cos \theta_{\kappa_i}. \end{aligned}$$

Нормальные реакции колес перераспределяются вследствие действия силы сопротивления воздуха, моментов сопротивления качению колес и ускорения центра масс:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^4 R_{z_i} = mg, \\ \sum_{i=1}^4 R_{z_i} x_i + \sum_{i=1}^4 M_{f_i} \cos \theta_{\kappa_i} + P_{wx} H_w = \\ \quad = -m a_x H_z, \\ \sum_{i=1}^4 R_{z_i} y_i + \sum_{i=1}^4 M_{f_i} \sin \theta_{\kappa_i} = -m a_y H_z, \end{cases} \quad (4)$$

где x_i, y_i — координаты i -го колеса в подвижной системе координат Oxy ; H_z — высота центра масс автомобиля.

Предположив, что подвеска каждого колеса эквивалентна идеальной линейной пружине с жесткостью k , не сопротивляющейся поперечно, и пренебрегая динамикой колебаний корпуса, можно получить следующее соотношение:

$$\left\{ \frac{R_{z_i}}{k} = z + x_i \operatorname{tg} \varphi + y_i \operatorname{tg} \psi. \right. \quad (5)$$

Совместное решение (4) и (5) позволяет определить значения нормальных реакций.

Связь колеса с опорным основанием не является удерживающей. Если при решении уравнений некоторые нормальные реакции получают отрицательные значения, это соответствует отрыву колес. В таком случае эти реакции принимаются равными нулю и система решается заново.

Момент сопротивления качению i -го колеса определяется выражением

$$M_{f_i} = f_i R_{z_i} r_{koi}, \quad (6)$$

где f_i — коэффициент сопротивления качению i -го колеса, принимается постоянным и рав-

ным для всех колес; r_{koi} — радиус качения i -го колеса в ведомом режиме.

В разработанной модели приложенный к i -му колесу момент M_{κ_i} описывается выражением

$$M_i = R_{x''_i} r_{d_i} + M_{f_i}, \quad (8)$$

где r_{d_i} — динамический радиус i -го колеса.

Согласно [1], в среднем динамический радиус мало отличается от статического r_{ct} , поэтому принимается

$$r_{d_i} = r_{ct_i} = \text{const.}$$

Момент сопротивления повороту обусловлен скольжением отпечатка шины по опорной поверхности. При решении поставленной задачи принимается допущение, что отпечаток колеса имеет эллиптическую форму и ее изменением под действием нормальной реакции можно пренебречь. Величина момента сопротивления поворота i -го колеса определяется по следующей формуле [1]:

$$M_{nk_i} = \frac{M_{nk \max_i}}{1 + 0,15 \frac{R_{nk_i}}{b_k}}.$$

здесь $M_{nk \max_i}$ — момент сопротивления повороту i -го колеса на месте,

$$M_{nk \max_i} = 0,375 \mu_s \max R_{z_i} \sqrt{\frac{\pi l_k b_k}{4}},$$

где l_k — длина отпечатка шины; R_{nk_i} — радиус траектории, по которой катится i -е колесо; b_k — ширина отпечатка шины.

Координаты (X_{Π} — смещение полюса поворота, $Y_{\Pi} = R_{\Pi}$ — радиус поворота [1, 4]) мгновенного центра поворота находятся решением системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} Y_{\Pi} = -\frac{V_{\text{пер}x_1}}{V_{\text{пер}y_1}} (X_{\Pi} - x_{\kappa_1}) + y_{\kappa_1}, \\ Y_{\Pi} = -\frac{V_x}{V_y} X_{\Pi}. \end{cases}$$

Радиус траектории, по которой катится i -е колесо, рассчитывается по формуле

$$R_{nk_i} = \sqrt{(x_{\kappa_i} - X_{\Pi})^2 + (y_{\kappa_i} - Y_{\Pi})^2}.$$

Для уменьшения бокового скольжения неуправляемых колес центр поворота должен лежать на задней оси. Если предположить, что колеса жесткие в боковом направлении, то минимальное боковое скольжение всех колес будет обеспечено следующей взаимосвязью углов и кинематического радиуса поворота:

$$R_k = Lctg\alpha_1 - \frac{B}{2} = Lctg\alpha_3 + \frac{B}{2},$$

где R_k — кинематический радиус поворота [1]; L — база автомобиля; α_i — угол поворота i -го колеса; B — ширина колеи автомобиля.

При расчетах параметров установившегося движения принимаются следующие допущения:

1) двигатель поддерживает постоянную частоту вращения без ограничения по крутящему моменту;

2) маневр выполняется без переключения передачи в коробке передач.

Трансмиссия с колесной формулой 4×4 с симметричными межколесными и межосевым дифференциалами (рис. 4) описывается следующей системой уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{k1} \dot{\omega}_{k1} = \frac{M_{п.м}}{2} + M_1, \\ J_{k3} \dot{\omega}_{k3} = \frac{M_{п.м}}{2} + M_3, \\ J_{k2} \dot{\omega}_{k2} = \frac{M_{з.м}}{2} + M_2, \\ J_{k4} \dot{\omega}_{k4} = \frac{M_{з.м}}{2} + M_4, \\ \dot{\omega}_{мп} = \frac{\dot{\omega}_{k1} + \dot{\omega}_{k3}}{2}, \\ \dot{\omega}_{мз} = \frac{\dot{\omega}_{k2} + \dot{\omega}_{k4}}{2}, \\ J_{мп} \dot{\omega}_{мп} = \frac{M_c}{2} - M_{п.м}, \\ J_{мз} \dot{\omega}_{мз} = \frac{M_c}{2} - M_{з.м}, \\ \dot{\omega}_д = \frac{\dot{\omega}_{мп} + \dot{\omega}_{мз}}{2}, \\ J_д \dot{\omega}_д = M_д - M_c, \end{array} \right. \quad (6)$$

где J_{ki} — момент инерции i -го колеса; $\dot{\omega}_{мп}$ — угловое ускорение входного вала переднего

моста; $\dot{\omega}_{мз}$ — угловое ускорение входного вала заднего моста; $J_д$ — приведенный момент инерции двигателя; $J_{мп}$ — приведенный к валу переднего моста момент инерции деталей, связанных с ним механически с постоянным передаточным отношением; $J_{мз}$ — приведенный к валу заднего моста момент инерции деталей, связанных с ним механически с постоянным передаточным отношением; $M_д$ — момент на валу двигателя; $M_{п.м}$ — момент на входном валу переднего моста; $M_{з.м}$ — момент на входном валу заднего моста; $\dot{\omega}_д$ — угловое ускорение двигателя.

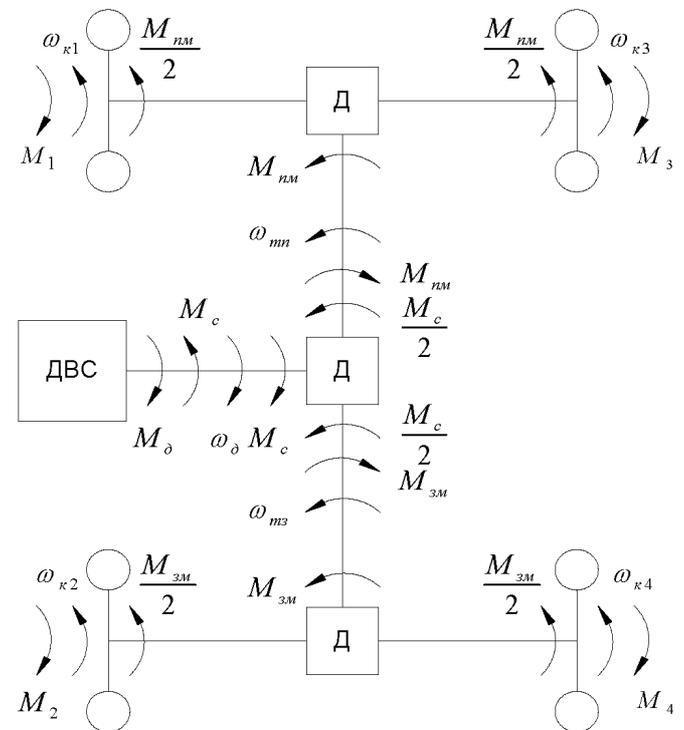


Рис. 4. Трансмиссия с колесной формулой 4×4 с симметричными межколесными и межосевым дифференциалами

Трансмиссия с колесной формулой 4×4 с симметричным межосевым дифференциалом и симметричным межколесным дифференциалом на передней оси и принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси (рис. 5) описывается следующей системой уравнений:

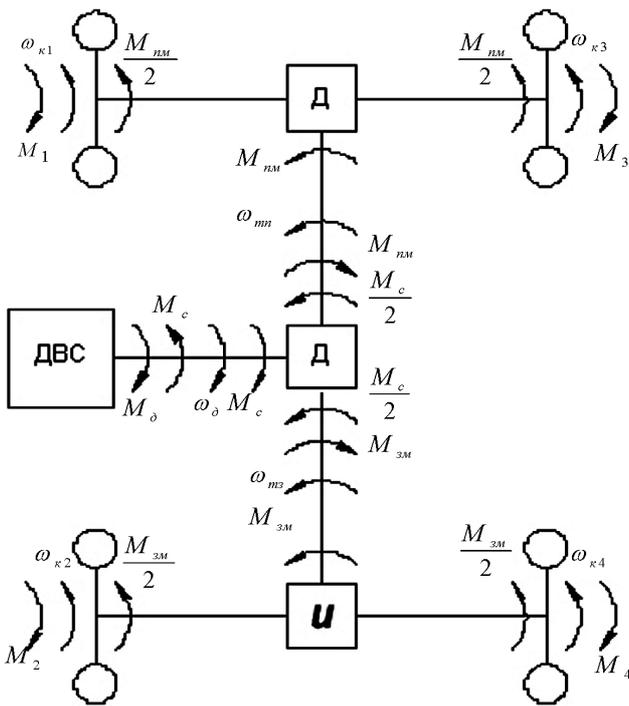


Рис. 5. Трансмиссия с колесной формулой 4 × 4 с симметричным межосевым дифференциалом и симметричным межколесным дифференциалом на передней оси и принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси

$$\begin{cases}
 J_{\kappa} \dot{\omega}_{\kappa 1} = \frac{M_{п.м}}{2} + M_1, \\
 J_{\kappa} \dot{\omega}_{\kappa 3} = \frac{M_{п.м}}{2} + M_3, \\
 M_{3.м} = M_2(2 - u) + M_4 u, \\
 \omega_4 = \omega_{дв} u, \\
 \omega_2 = \omega_{дв} (2 - u), \\
 \dot{\omega}_{мп} = \frac{\dot{\omega}_{\kappa 1} + \dot{\omega}_{\kappa 3}}{2}, \\
 J_{мп} \dot{\omega}_{мп} = \frac{M_c}{2} - M_{п.м}, \\
 J_{m3} \dot{\omega}_{m3} = \frac{M_c}{2} - M_{3.м}, \\
 \dot{\omega}_д = \frac{\dot{\omega}_{мп} + \dot{\omega}_{m3}}{2}, \\
 J_д \dot{\omega}_д = M_д - M_c,
 \end{cases} \quad (7)$$

где u — соотношение скоростей вращения левого и правого колес заднего моста.

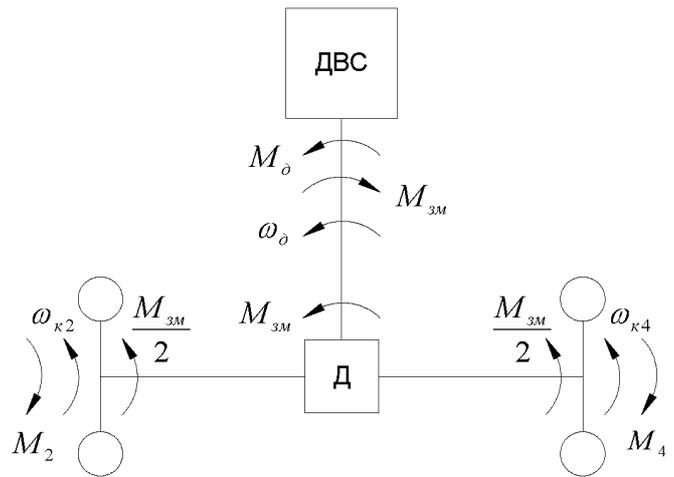


Рис. 6. Трансмиссия с колесной формулой 4 × 2 с симметричным межколесным дифференциалом

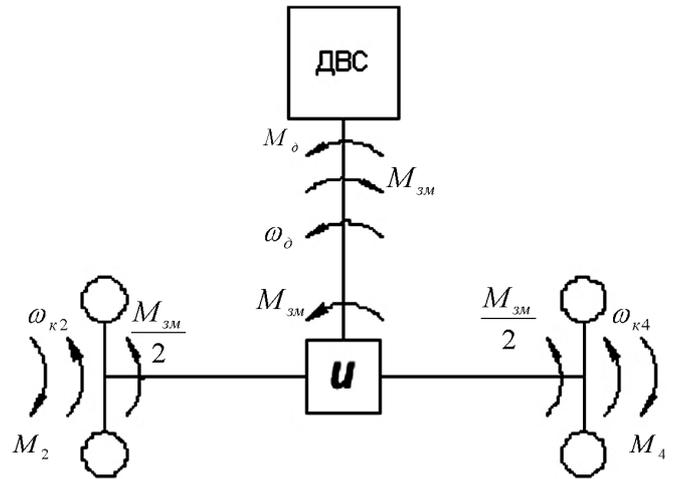


Рис. 7. Трансмиссия с колесной формулой 4 × 2 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси

Трансмиссия заднеприводного автомобиля с колесной формулой 4 × 2 с симметричным межколесным дифференциалом (рис. 6) описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases}
 J_{\kappa 2} \dot{\omega}_{\kappa 2} = \frac{M_{3.м}}{2} + M_2, \\
 J_{\kappa 4} \dot{\omega}_{\kappa 4} = \frac{M_{3.м}}{2} + M_4, \\
 \dot{\omega}_д = \frac{\dot{\omega}_{\kappa 2} + \dot{\omega}_{\kappa 4}}{2}, \\
 J_д \dot{\omega}_д = M_д - M_{3.м}.
 \end{cases} \quad (8)$$

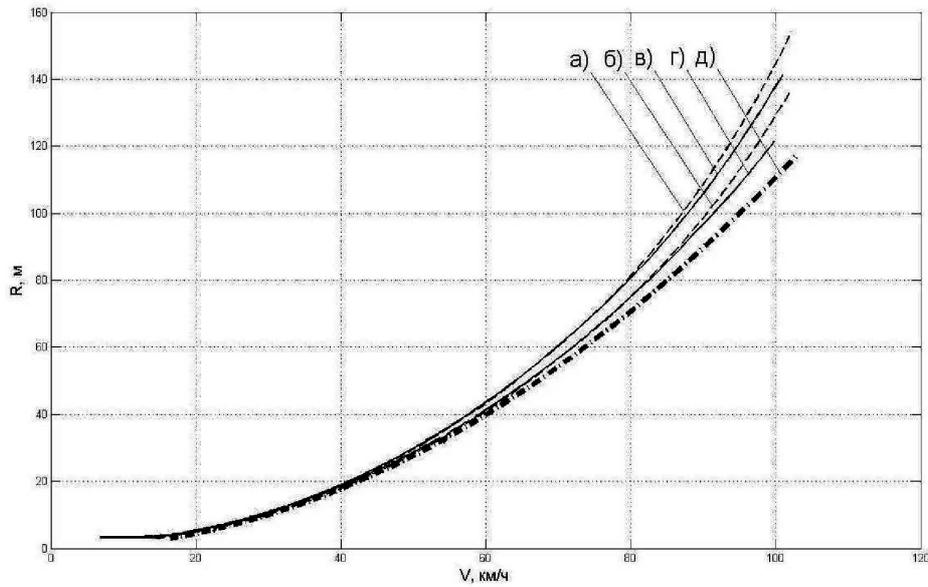


Рис. 8. Функция минимального радиуса поворота $R(V)$ для автомобиля с различными видами трансмиссий: a — 4×4 с симметричными межколесными и межосевым дифференциалами; $б$ — 4×4 с симметричным межосевым дифференциалом и симметричным межколесным дифференциалом на передней оси и принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси; $в$ — 4×2 с симметричным межколесным дифференциалом на задней оси; $г$ — 4×2 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси; $д$ — максимально возможная кривизна траектории, ограниченная максимальным значением коэффициента трения скольжения ($V_{кр} = \sqrt{\mu_{max}gR}$)

Трансмиссия с колесной формулой 4×2 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси (рис. 7) описывается системой уравнений вида

$$\begin{cases} J_d \dot{\omega}_d = M_d - M_{з.м}, \\ M_c = M_2(2-u) + M_4u, \\ \omega_4 = \omega_{дв}u, \\ \omega_2 = \omega_{дв}(2-u). \end{cases} \quad (9)$$

Задаваемое соотношение определяется таким образом, чтобы обеспечить минимальное скольжение при качении колес по концентрическим окружностям:

$$u = \frac{1}{1 - \frac{B}{2R_4}}. \quad (10)$$

Для построения функции минимального радиуса, ограниченного заносом, определяют фактический радиус поворота R и скорость ус-

тановившегося движения V при различных задаваемых кинематических радиусах $R_k = 4...110$ м. По результатам обобщения данных заездов строится функция минимального радиуса поворота, ограниченного заносом, от скорости установившегося движения (рис. 8).

Основные технические характеристики автомобиля, используемые в имитационной модели, представлены в табл. 1.

Таблица 1

Технические характеристики исследуемого автомобиля

№	Показатель	Значение
1	Полная масса, кг	1500
2	Момент инерции машины относительно оси z , кг·м ²	120
3	База, мм	2 800
4	Ширина колеи, мм	1 630
5	Расстояние от оси переднего колеса до центра масс, мм	1 400
6	Высота центра масс, мм	400
7	Свободный радиус колеса, мм	280
8	Коэффициент аэродинамического сопротивления	0,8

Таблица 2

Максимальные скорости прохождения поворота радиусом 120 м для различных схем трансмиссии автомобиля 4 × 4

Схема трансмиссии	4×4 с симметричными межколесным и межосевым дифференциалами	4×4 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси
V_{\max} , км/ч	93,5	97,3

Таблица 3

Максимальные скорости прохождения поворота радиусом 120 м для различных схем трансмиссии автомобиля 4 × 2

Схема трансмиссии	4×2 с симметричным межколесным дифференциалом на задней оси	4×2 с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес задней оси
V_{\max} , км/ч	94,7	99,3

Вывод

Из полученных зависимостей следует, что принудительное задание соотношения скоростей вращения колес задней оси для автомобилей со схемами трансмиссий 4×4 и 4×2 при движении по ровной твердой горизонтальной поверхности позволяет повысить максимальную скорость выполнения маневра в сравнении

с дифференциальной трансмиссией. При установившемся движении на высоких скоростях преимущество для полноприводного автомобиля составляет 4%, для заднеприводного — 5% (см. табл. 2, табл. 3). На низких скоростях движения (до 40 км/ч) установившиеся скорости движения одинаковы. Для более точной и полной оценки трансмиссии с принудительным заданием соотношения скоростей вращения колес необходимо провести исследование поведения автомобиля при входе на поворот и выходе из него.

Литература

1. Смирнов Г.А. Теория движения колесных машин: Учеб. для студентов машиностроительных специальностей вузов. 2-е изд., доп. и перераб. М.: Машиностроение, 1990. 352 с.
2. Добронравов В.В., Никитин Н.Н. Курс теоретической механики: Учеб. для машиностроительных специальностей вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Высш. шк., 1983. 575 с.
3. Рождественский Ю.Л., Машков К.Ю. О формировании реакций при качении упругого колеса по недеформируемому основанию // Труды МВТУ. 1982. № 390. С. 56—64.
4. Фаробин Я.Е. Теория поворота транспортных машин. М.: Машиностроение, 1970. 176 с.

Статья поступила в редакцию 10.03.2011 г.